॥ श्रीः ॥

हरिदाससंस्कृतग्रन्थमालासमाख्य-

काशी-संस्कृत-सीरिज़-ग्रन्थमालायाः

१३९

(ज्यौतिषविभागे (६) षष्ठं पुष्पम्)

श्रीनीलाम्बरझा विरचितं

चापीयत्रिकोणगणितम्

विविध-वासनया समलङ्कृतम्

परीक्षोपयुक्त-संस्करणम् ।

मूल्यं १) रूप्यकम् ।

लोमशसंहितोक्त-भृगुसंहितोक्त—

भावफलाध्यायः

'सुबोधिनी'—'विमला' भाषाटीका सहितः ।

वर्तमान युग में महर्षि लोमश प्रणीत 'लोमशसंहिता' तथा महर्षि भृगु प्रणीत 'भृगुसंहिता' का कितना यथार्थ फल घटता है; यह बात सर्व विदित है। इन्हीं उपर्युक्त दोनों महान् ग्रन्थों के सार भूत प्रस्तुत "भावफलाध्याय" नामक ग्रन्थ है। आज तक प्रायः इसका विशुद्ध संस्करण अप्राप्य ही था, जन साधारण की सुभीता के लिये महर्षि लोमश प्रणीत 'भावफलाध्याय' तथा महर्षि भृगु प्रणीत 'भावफलाध्याय' नामक दोनो ग्रन्थ एक ही जिल्द में प्रकाशित कर दिया गया है।
मूल्य लागत मात्र ।)

महर्षि लोमश प्रणीतं—

धराचक्रम्

'सुबोधिनी' भाषा टीका सहितम् ।

यदि आप रत्नगर्भा भगवती वसुन्धरा के गर्भ से अमूल्य महारत्नों का उपलब्ध करने में रुचि रखते हों तो इस "धराचक्र" नामक ग्रन्थ के प्रस्तुत संस्करण को एक बार अवश्य देखिये। सरल सुबोधिनी भाषा टीका सहित यह विशुद्ध संस्करण प्रथम वार ही प्रकाशित हुआ है। मूल्य लागत मात्र ≶)

पं० जीवनाथ झा विरचित—

वनमाला

सान्वय-'अमृतधारा' हिन्दी टीका सहित ।

पं० जीवनाथ झा विरचित फलित ग्रन्थों में यह सर्व श्रेष्ठ ग्रन्थ है। इस ग्रन्थ में प्रश्न के आधार पर, ग्रहों की स्थिति पर, वायु की परिस्थिति पर तथा प्राकृतिक कितने लक्षणों से वृष्टि का विचार एवं फसल का परिणाम तथा धान्य के व्यापार आदि विषयों का भी विचार सुचारु रूप से किया हुआ है। लघु होने पर भी सर्वोपयोगी होने से बड़े ही महत्व का यह ग्रन्थ है, मूल्य लागत मात्र ।)

षट्पञ्चाशिका

भट्टोत्पलकृत संस्कृतटीका युक्त-'विभा'हिन्दीटीका सहित

आज तक इस ग्रन्थ की अन्य जितनी हिन्दी टीकायें प्रकाशित हुईं प्रायः वे सब मनमानी होने के कारण ही फलादेश में उपयुक्त नहीं होती थीं, अतः जनता के आग्रह से योग्य विद्वानों द्वारा भट्टोत्पल कृत संस्कृत टीका के साथ २ उसकी छायानुसार ही सरल भाषा टीका सहित यह संस्करण प्रकाशित हुआ है मूल्य ।)

THE
KASHI SANSKRIT SERIES
(*HARIDĀS SANSKRIT GRANTHAMĀLĀ*)
(Jyautis'a Section, No. 6)
139.

THE

SPHERICAL TRIGONOMETRY

OF

S'RĪ NILĀMBARA JHĀ

Edited and Compiled with

THE VIVIDHA VĀSANĀ EXHAUSTIVE COMMENTARY

by

JYAUTIS'ĀCHĀRYA, POSTĀCHĀRYA & SĀHITYĀCHĀRYA
PANDIT S'RĪ ACHYUTĀNANDA JHĀ
RIPON GOLD-MEDALIST
Professor, Rāmasādhu Sanskrit Mahavidyalaya
BENARES

Published by
JAYAKRISHNA DĀS HARI DĀS GUPTA
The Chowkhamba Sanskrit Series Office,
Vidya Vilas Press, Benares.
1944.



॥ श्रीः ॥

हरिदाससंस्कृतग्रन्थमालासमाख्य-

काशी-संस्कृत-सीरिज़-ग्रन्थमालायाः

१३९

(ज्यौतिषविभागे (६) षष्ठं पुष्पम्)

श्रीनीलाम्बरझा विरचितं

चापीयत्रिकोणगणितम्

'मिथिला'देशस्थ "दरभङ्गा"मण्डलान्तर्गत "जरिसो" ग्रामनिवासि-काशीस्थ

"श्री राम साधु संस्कृत महाविद्यालय" त्रिस्कन्ध-ज्यौतिष-साहित्य-

शास्त्रद्वयप्रधानाध्यापक-ज्यौतिषाचार्य-पोष्टाचार्य-साहित्या-

चार्यादिपदवीक-प्राप्त"रीपन्"-स्वर्णपदक-पण्डित

श्री"अच्युतानन्द" झा शर्मणा

विरचितया

विविधवासनया समलङ्कृतम् ।

तेनैव संशोधितञ्च ।

प्रकाशकः—

जयकृष्णदास-हरिदास गुप्तः-

चौखम्बा संस्कृत सीरिज आफिस,

विद्याविलास प्रेस, बनारस सिटी ।

वि० सं० २००१] [ई० स० १९४४

निरवद्यविद्याविद्योतमानानां समस्तपण्डितमुकुटपूगायमानानां
संश्रितजनवत्सलानां विमलसरलोदारशीलानां श्रीमतां
डाक्टर "मङ्गलदेव" शास्त्रिमहोदयानां
शयकुशेशययोः सादरं

समर्पणम्

पाश्चात्य-पौरस्त्यविपश्चिदेकः शिक्षाप्रणालीविलसद्विवेकः।
वाराणसीसंस्कृतराजकीय-विद्यालयाध्यक्षमहानुभावः ॥ १ ॥

डाक्टर "मङ्गलदेवो" मङ्गलमेवात्र मूर्तिमद्विदुषाम्।
सम्राट् संस्कृतजगतो जयति दिगन्तोन्नमन्महिमा ॥ २ ॥

अशेषविज्ञाननिधेस्तवप्रिया न मे भवेदल्पमतेरियं कृतिः।
तथापि ते हस्ततले क्षणं स्थिता प्रतिष्ठिता स्यादिति तुभ्यमर्प्यते ॥३॥

लघुगुरुतरोद्धृतप्रकार-स्फुरदुपपत्तिभिराशुसंस्कृतेन।
सविनयसमर्पितेन तुभ्यं प्रमुदितमन्तरनेन पुस्तकेन ॥ ४ ॥

त्वदङ्गीकरणोद्वेलदानन्दः कृतकृत्यताम्।
प्रापमद्याच्युतानन्दः सन्मन्दारमहीरुहः ॥ ५ ॥

प्रार्थी—
अच्युतानन्द झा

प्राक्कथनम्—

स्मारं स्मारं मातरं नैकवारं दारं दारं स्मारमारप्रवारम् ।
लाभं लाभं दुर्लभं निर्मलाभं गुर्वादेशं वच्मि विज्ञप्तिलेशम् ॥

अये गणकाग्रगण्यसुधीवरेण्यसरसहृदयपेशलाः ? नित्यज्यौतिपशास्त्रपर्यालोचनकुशलाः ? विदितमेवास्त्यत्रभवतां भवतां यत्कलिकलिकालक्रमेण शैथिल्यमधिगच्छन्तीषु सकलसंस्कृतविद्यासु सर्वदा वर्धमानपाश्चात्यविद्यासु च साम्प्रतमपि त्रिस्कन्धगुम्फितज्यौतिषशास्त्रमेवास्माकं कामपि कामनीयतामाविष्कुर्वच्छीर्पस्थानीयतां भजत इति ।

सकलकलोत्पादके समस्तेऽस्मिन् संसारे नान्यत्किञ्चिदपि शास्त्रं वरीवर्तते यदस्माकं त्रिस्कन्धसंवलितज्यौतिपशास्त्रस्य तुलामप्यारोढुं क्षमं भवेदित्यनारतं विभात्यन्तःकरणे सर्वेषां भारतीयानां तदितरदेशीयानाञ्चाभिमतं मतम् ।

अथैषु फलितगणितसिद्धान्तेति त्रयः प्रधानाः स्कन्धाः सन्ति, किन्त्वावान्तरभेदगणनयाऽनन्ता एव प्रतिभान्ति । तेषु बहुषु भेदेष्वेकः सिद्धान्तगणितस्कन्धोऽपि समुल्लसति । एतद्भेदसमस्तज्ञानग्रहिलाय-अध्यापकाध्येतृजननिकुरम्बाय निखिलसिद्धान्तग्रन्थग्रन्थ्यामोचनचतुरेण मैथिलकुलावतंसेन ज्यौतिर्वित्प्रवरेण श्रीनीलाम्बर झा महाशयेन निरमायि गोलप्रकाशाख्यग्रन्थरत्नमिति ।

ग्रन्थस्यास्य द्वावप्यध्यायौ गोलीयरेखागणित–चापीयत्रिकोणगणितनामधेयौ काशिकराजकीयसंस्कृतपरीक्षाध्यक्षैर्विहारसंस्कृतपरीक्षाध्यक्षैरन्यैरपि स्वस्वशास्त्रिपरीक्षायां पाठ्यत्वेन निर्णीताविति ।

तत्र चापीयत्रिकोणगणिताभिधानस्य ग्रन्थस्यास्य ग्रन्थकारादिभिर्विद्वद्वरेण्यैः प्रकाशितमनेकविधं टीकनं मुद्रितं समुपलब्धमनुपलब्धञ्चास्ति । तत्र परीक्ष्यच्छात्रसन्तोषविधानशून्यतामालोच्योपलब्धेऽस्माभिरभिनवानेकवासनासंवलितमिदमकारि । किं बहुना ग्रन्थस्यास्य नास्ति काचिद्वासना चारुतरा सुचारुतया यस्याः प्रतिपादनं मयका न कृतं, यया चादुर्बोधोपहतमानसं विद्वत्प्रवरावधिका ज्यौतिषसिद्धान्तमर्मज्ञानलिप्सवो नो विनोदिता भवेयुरिति ।

इत्थं सुपरिष्कृत्यापि मनोहराऽमनोहरा वेति तारतम्यज्ञानकुशला गुणग्राहिणः परीक्षका एव विचारयन्तु ।

अहन्तु— आपरितोषाद्विदुषां न साधु मन्ये प्रयोगविज्ञानम् ।
बलवदपि शिक्षितानामात्मन्यप्रत्ययं चेतः ॥ इत्येव जाने ।

अथ चात्र प्रमादोपहतप्रज्ञयाऽनभिज्ञतया च काश्चित्त्रुटयो मया निवेशिता अत्र वेत्ता गुणैकपक्षपातिनः परोपकृतिप्रकृतयो महान्तः—

गच्छतस्स्खलनं क्वापि भवत्येव प्रमादतः । हसन्ति दुर्जनास्तत्र समादधति सज्जनाः ॥

स्मारं स्मारं पद्यमिदं संशोध्य मदीयश्रमलतालवालमात्मनीनसरसहृदयतारसेनार्द्रीकुर्वन्त्वित्येव साञ्जलि सनत्यभ्यर्थये । परदोषान्वेषणमनीषिणः स्वमन्दधिषणावधीरितसदसद्विवेकाः खलाः

खलो मृगयते दोषं गुणपूर्णेषु वस्तुषु । वने पुष्पफलाकीर्णे पुरीषमिव सूकरः ॥

पद्यमिदमेव सार्थकीकरिष्यन्त्यतस्तत्रालमभ्यर्थनयेति ।

अथान्ते प्रकाशनभारोद्वाहक-काशीस्थ-चौखम्बा-संस्कृत-सीरीज पुस्तकालयाध्यक्ष गोलोकवासि-श्रेष्ठि प्रवर श्रीहरिदासगुप्तात्मज श्रीजयकृष्णदास महोदयाय साधुवादप्रदानं परमावश्यकं कर्मातस्तं शुभाशीर्वादैः स्थूलय इति ।

प्रार्थी

अच्युतानन्द झा, जरिसो ।

॥ श्री गुरुभ्यो नमः ॥

"श्रीनीलाम्बर झा" विरचित–

चापीयत्रिकोणगणितं

विविधवासनासंवलितम्

तत्र वासनाकर्तृमङ्गलाचरणम्—

भक्तत्राणविधानकृत्यकुशलां चन्द्रार्धचूडोज्वलां
भास्वद्देहलतां विभावसुनिभां नेत्रत्रयोद्भासिताम् ।
सत्कैर्मोच्चितकेशपाशपवनैः संवीज्यमानाननां
श्यामां कामाप शास्त्रकौशलकलालीलालयां चिन्तये ॥

यत्पादपङ्कजरजोऽविरतं दधानो वैधेयकोऽपि बुधतामरमृच्छतीह ।
यं निर्भरं प्रतिसभं महयन्ति सन्तस्तं शस्तशेवधिमहं सकलार्थमीडे ॥
ग्रामे निवासी "जरिसो" ऽभिधाने झोपाच्युतानन्दकृतीह मैथिलः ।
व्याख्याम्यनेकां सरलां सुयुक्ति चापत्रिकोणे गणितेऽधिकाशिकम् ॥

तत्र गणकचक्रचूडामणिर्ग्रन्थकर्त्ता पण्डितश्रीनीलाम्बरझा महाशयः शिष्टाचारपरम्पराऽनुशिष्टं प्रारिप्सितप्रबन्धसमाप्तिप्रचारप्रतिबन्धकप्रत्यूहमपोहयितुं श्रीकृष्णनमस्कारात्मकं मङ्गलमाचरति—

भक्तहृन्मन्दिरं गोकुले चन्दिरं सेन्दिरं सुन्दरं नन्दरं कुन्दरम् ।
कामदानां वरं युक्तनीलाम्बरं नौति पीताम्बरं विज्ञनीलाम्बरः ॥

भक्तहृदिति । विज्ञनीलाम्बरः=पण्डितनीलाम्बरः, पीताम्बरं=श्रीकृष्णं, नौति=नमस्करोति, कथम्भूतं पीताम्बरं, भक्तहृन्मन्दिरं=भक्तानां हृत् हृदयमेव मन्दिरं निवासस्थानं यस्य तम् । पुनः किम्भूतं, गोकुले=व्रजे, चन्दिरं=चन्द्रं, (चन्दिरोऽनेकपे चन्द्रे-इति मेदिनी) गोकुलनिवासिजनकदम्बकानां चन्द्रवदानन्दजनकमित्यर्थः । पुनः किम्भूतं, सेन्दिरं=इन्दिरया लक्ष्म्या सहितस्तम् । पुनः किम्भूतं, नन्दरं=नन्दात् नन्दनाम्नः स्वपितुः राति गृह्णाति यस्तम् । पुनः किम्भूतं, कुन्दरं=कुन्दो माघ्यपुष्पविशेषस्तं राति यस्तम् । पुनः किम्भूतं, कामदानां वरं=कामानभीष्टार्थान् ददातीति कामदस्तेषां मध्ये वरः श्रेष्ठो यस्तम् । पुनः किम्भूतं, युक्तनीलाम्बरं=युक्तः सहितो नीलाम्बरो बलभद्रो येन तम् ।

अथ ग्रन्थारम्भप्रयोजनं प्रतिपादयति—

रचितं निचितं सकलं शकलं ललितं चलितं गणितं भणितम् ।
विबुधैरथ चापभवे त्रिभुजे प्रवदामि सुसज्जनरञ्जनकम् ॥

रचितमिति । विबुधैः=पण्डितैः प्राचीनपण्डितैरित्यर्थः, । चापभवे त्रिभुजे=चापीयत्रिभुजे, रचितं=निर्मितं, गणितं, प्रवदामि = कथयामि, किम्भूतं गणितं, निचितं=निहितं एकत्र संगृहीतमित्यर्थः । पुनः किम्भूतं, सकलं = सम्पूर्णं, पुनः किम्भूतं, ललितं = मनोज्ञं, पुनः किम्भूतं, चलितं = प्रचलितं प्रथितमित्यर्थः पूर्वप्रतिपादितमिति यावत् । पुनः किम्भूतं सुसज्जनरञ्जनकं=शोभनाश्च ते सज्जनाः सुसज्जनाः रञ्जनं रागजननं करोतीति रञ्जनकः सुसज्जनानां रञ्जनकः सुसज्जनरञ्जकस्तम् (रञ्जनो रागजनने-मेदिनी) ।

अथ चापजात्यसम्बन्धिनः कियन्तो विषयाः प्रदर्श्यन्ते ।

यत्र चापीयत्रिभुजे भवेत्कश्चित्समकोणसमान एकः कोणस्तच्चापजात्यपदेन व्यवह्रियते । तत्र समकोणसम्मुखो भुजः कर्णसंज्ञकोऽवशिष्टभुजद्वययोरन्यतरो भुजसंज्ञकस्तदितरः कोटिसंज्ञक इति ।

एतत्क्षेत्रस्य जीवाभिः सरलजात्यत्रिभुजं नोत्पद्यते, किन्तु भुजकोटिज्ययोरन्यतरा जीवा तदितरकोटिव्यासार्धपरिणता भवति ।

तद्यथा—भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापजात्ये भूकेन्द्राद्गोलसन्धिगतत्रिज्यासूत्रे भुजांशाग्रविन्दोर्लम्बो भुजांशज्या । तस्मादेव (भुजांशाग्रविन्दोरेव) विषुवांशाग्रगतत्रिज्यासूत्रे लम्बः क्रान्तिज्या । भुजज्याक्रान्तिज्ययोर्मूलगता रेखा बद्धारेखा कार्या, इयमेव परिणतविषुवांशज्येति कथ्यते, यतो विषुवांशज्या क्रान्तिज्याकोटिव्यासार्धे (द्युज्याव्यासार्धे) परिणतेयं भवति ।

अथ परिणामने युक्तिरुच्यते ।

ध्रुवप्रोतविषुवन्मण्डलयोर्योगरेखात्मके भूकेन्द्राद्विषुवांशाग्रगतत्रिज्यासूत्रे क्रान्तिज्या लम्बरूपा तिष्ठति, भुजांशाग्रविन्दुतो ध्रुवप्रोतविषुवन्मण्डलयोर्योगरेखात्मके त्रिज्यासूत्रे लम्बरूपत्वान्नाडीमण्डलधरातलेऽपि क्रान्तिज्या लम्बरूपा सिद्धा स्यात्, ध्रुवप्रोतवृत्तस्य विषुवन्मण्डले लम्बरूपत्वादेतद्धरातले क्रान्तिज्याया गतत्वाच्च ।

तथा भूकेन्द्राद् गोलसन्धिगतसूत्रोपरि भुजांशाग्रविन्दुतो भुजांशज्याया लम्बरूपत्वात्तस्मादेव क्रान्तिज्याया नाडीमण्डलधरातले लम्बरूपत्वाच्च परिणतविषुवांशज्या गोलसन्धिगतसूत्रे लम्बरूपैव भवेदन्यथा भुजांशाग्रविन्दुतो नाडीमण्डलधरातले द्वितीयलम्बसद्भावः स्यादित्येकादशाध्यायस्यैकादशक्षेत्रयुक्तिविदामवदातमेव ।

अथ भूगर्भाज्जातं सरलजात्यद्वयं प्रदर्श्यते ।

तत्रैकस्मिन्त्रिभुजे भूगर्भात्क्रान्तिज्यामूलपर्य्यन्तं क्रान्त्युत्क्रमज्योना त्रिज्या द्युज्यामितः कर्णः, तस्मादेव परिणतविषुवांशज्या–गोलसन्धिगतत्रिज्यासूत्रयोर्योगविन्दुं यावद्भुजांशकोटिज्या कोटिः, परिणतविषुवांशज्या भुज इति ।

अथ द्वितीये गोलकेन्द्राद्विषुवांशाग्रविन्दुं यावत्त्रिज्या कर्णः, विषुवांशाग्राद्गोलसन्धिगत सूत्रे लम्बो विषुवांशज्या भुजः, विषुवांशज्यामूलाद्गोलकेन्द्रं यावद्विषुवांशकोटिज्या कोटिरिति ॥

जात्ययोरनयोर्गोलसन्धिगतकोणस्योभयगतत्वादेकैकस्य समकोणसमानत्वाच्च साजात्यं स्फुटमेवातो—

यदि त्रिज्याकर्णेन विषुवांशज्याभुजो लभ्यते तदा द्युज्याकर्णेन क इत्यनुपातेन जातः

परिणतविषुवांशज्यारूपो भुजः $= \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{द्यु}}{\text{त्रि}}$ ।

अतो विषुवांशज्यया स्वक्षेत्रीयभुजात्मकक्रान्त्यंशस्य कोटिज्यायां द्युज्यामितायां परिणतीभूयैव स्वनिष्ठचापजात्यक्षेत्रस्य ज्याभिः सरलजात्यक्षेत्रमुत्पादयितुं शक्यत इति सिद्धम् । एवं क्रान्तिज्यामपि परिणाम्य सरलजात्यक्षेत्रमुत्पादनीयमेवमन्यत्रापीति ।

अथ चापजात्यत्रिभुजे यद्भुजजीवा परिणमति परिणमति तद्भुजसम्मुखकोणोऽपीत्यपि मनसि धार्यम् ।

अथात्र परिणामने वस्तुस्थितिरुच्यते—

यथा पूर्वप्रतिपादिते विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ये नाडीक्रान्तिमण्डलाभ्यामुत्पन्नकोणेन जिनांशमितेन समानः परिणतविषुवांशज्याभुजज्याभ्यामुत्पन्नकोणो वृत्तोत्पन्नधरातलोत्पन्नकोणयोः समत्वात् ।

चापजात्येऽत्र नाडीध्रुवप्रोतमण्डलाभ्यामुत्पन्नः कोणो नवत्यंशो नवत्यंशः सरलजात्येऽपि परिणतविषुवांशज्याक्रान्तिज्याभ्यामुत्पन्नकोणः । चापजात्येऽवशिष्टः क्रान्तिध्रुवप्रोतवृत्ताभ्यामुत्पन्नकोणो यष्टिचापसमः, समस्तु सरलजात्ये तृतीयो भुजांशज्याक्रान्तिज्याभ्यामुत्पन्नकोणः परमाल्पद्युज्याचापेनेति ।

अतो यष्टिचापं भुजकोटिव्यासार्धे परिणामनेन परमाल्पद्युज्याचापसमो भवतीति बुद्धिविषयीभवति ।

अत्र युक्तिः—

ग्रहोत्पन्नत्रिज्यावृत्तं विधेयं, तच्च क्रान्तिवृत्ते लग्नं तस्माद्ग्रहावध्येकोऽवयवो नवत्यंशमितः, तद्वृत्तनाडीवृत्तसम्पाताद् ग्रहावधिर्नवत्यंशसमो द्वितीयः, नाडीक्रान्तिवृत्तयोरन्तरे तद्वृत्त एव यष्टिचापस्तृतीय इत्येकम् ।

अथ ग्रहाद्ध्रुवावधिर्द्युज्याचापांश एकोऽवयवः, ध्रुवादयनप्रोतक्रान्तिवृत्तसम्पातावधिः परमाल्पद्युज्याचापांशो द्वितीयः, क्रान्तिवृत्ते ग्रहादयनप्रोतमण्डलावधिर्भुजांशकोटिस्तृतीयः इति द्वितीयम् ।

चापजात्ययोरनयोर्ग्रहलग्नकोणयोः समत्वादेकैकस्य समकोणसमानत्वाच्च वक्ष्यमाणयुक्त्या साजात्यं स्फुटमेवातः—

यदि त्रिज्यया यष्टिर्लभ्यते तदा द्युज्यया किमित्यनुपातेनायाता परमाल्पद्युज्या $= \frac{\text{य} \times \text{द्यु}}{\text{त्रि}}$ । एतेन पूर्वोक्तं सर्वमुपपद्यत इति ।

अथ द्वयोश्चापजात्यक्षेत्रयोः साजात्यं कथं भवतीति प्रदर्श्यते ।

यथात्र कल्प्यते—गोलसन्धिविन्दुतोऽपरदिशि ग्रहोत्पन्नत्रिज्यावृत्तनाडीवृत्तसम्पातावधिर्विषुवांशकोटिः कर्णः, तस्मादेव ग्रहोत्पन्नत्रिज्यावृत्तक्रान्तिवृत्तसम्पातविन्दुपर्य्यन्तं भुजांशकोटिः कोटिः, ग्रहोत्पन्नत्रिज्यावृत्ते क्रान्तिनाडीमण्डलद्वयान्तरेऽयनवलनांशो भुज इत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य–विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोः समकोणातिरिक्तगोलसन्धिलग्नसम्मुखकोणयोः समत्वाज्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यं स्यात् ।

अत्र युक्तिः—

विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्यस्य ज्याक्षेत्रविधानेन—

भुजांशज्याक्रान्तिज्यापरिणतविषुवांशज्येत्यवयवत्रयात्मकं सरलजात्यं सिद्धयतीति पूर्वयुक्त्या स्फुटमेव । तत्र कोणाः क्रमेण नवत्यंशपरमाल्पद्युज्याचापांशजिनांशैः समानाः सन्ति।

एवं चेत् विषुवांशकोटयंशभुजांशकोटयंशायनवलनांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्यज्योत्पन्नसरलत्रिभुजक्षेत्रस्य कोणाः स्युस्तदैव ज्याक्षेत्रयोः साजात्यं स्यादत एतचापजात्यज्याक्षेत्रं विधाय कोणानां समता प्रदर्श्यते ।

अथ नाडीवृत्तग्रहोत्पन्नत्रिज्यावृत्तसम्पाततो भूकेन्द्राद्गोलसन्धिगतत्रिज्यासूत्रे लम्बो विषुवांशकोटिज्या कर्णः, तस्मादेव क्रान्तिवृत्तग्रहोत्पन्नत्रिज्यावृत्तयोः सम्पातगते त्रिज्यासूत्रे लम्बोऽयनवलनज्या भुजः, विषुवांशकोटिज्यामूलादयनवलनज्यामूलपर्य्यन्तं गतं सूत्रं परिणतभुजांशकोटिज्याभिधानं कोटिः, सरलजात्यस्यास्य पूर्वयुक्त्यैव क्रान्तिमण्डलधरातलेऽयनवलनज्या लम्बरूपा, लम्बरूपा च भूकेन्द्राद्गोलसन्धिगतत्रिज्यासूत्रे परिणतभुजांशकोटिज्येत्यतः परिणतभुजांशकोटिज्याविषुवांशकोटिज्याभ्यामुत्पन्नः कोणो नाडीक्रान्तिमण्डलयोरुत्पन्नकोणेन समानत्वाज्जिनांशसमः, अथायनवलनज्यायाः क्रान्तिमण्डलधरातले लम्बरूपत्वात्परिणतभुजांशकोटिज्यायनवलनज्याभ्यामुत्पन्नः कोणः समकोणसमानोऽतोवशिष्टकोणः परमाल्पद्युज्यया समानः सिद्धस्तेनैतत्सरलजात्यं पूर्वोक्तसरलजात्येन सजातीयं सिद्धम् ।

अस्मादिति सिद्ध्यति यद्यस्य चापजात्यस्य समकोणातिरिक्तः कश्चिदेकः कोणोऽन्यस्य समकोणारिक्तकोणेन केनचिच्चेत्समानस्तदा तयोश्चापक्षेत्रयोः समुत्पन्नज्याक्षेत्रयोः साजात्यं स्यान्नान्यस्येति ।

अथ चापजात्यगणितम्—

यत्र चापत्रिभुजे एकः समकोणस्तच्चापजात्यत्रिभुजमभिधीयते । त्रिभुजेऽस्मिन् त्रयो भुजास्तावन्त एव कोणाश्चेति षट्पदार्था भवन्ति । समकोणसम्मुखो भुजोऽत्र कर्णसंज्ञकोऽवशिष्टयोरन्यतरो भुजसंज्ञकोऽपरः कोटिसंज्ञक इति ।

अथ तत्र षट्सु पदार्थेषु त्रयाणां ज्ञानेन शेषाणां ज्ञानाय साध्याः लिख्यन्ते ।

तत्र प्रथमः साध्यः—

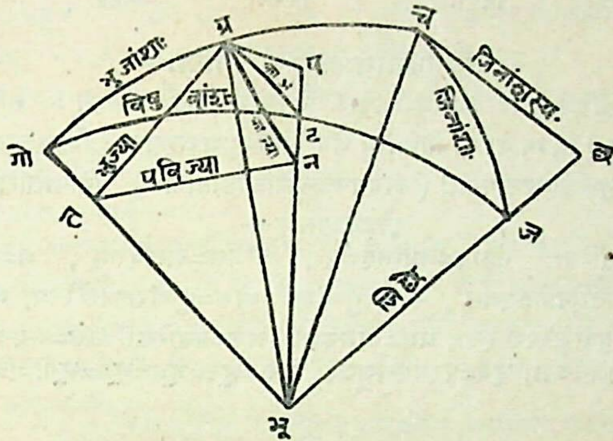
चापजात्ये एकभुजज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः,
सैव द्वितीयभुजच्छायया द्वितीयभुजसम्मुखकोणच्छायाया निष्पत्तिः ॥

यथात्र कल्प्यते भुजांशविषुवांशक्रात्यंशेत्यवयवत्रयसमुल्लसितचापजात्ये एको भुजो विषुवांशो द्वितीयः क्रान्त्यंश इति, तदा एकभुजज्यया (विषुवांशज्यया) त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव द्वितीयभुजच्छायया (क्रान्तिस्पर्शरेखया) तत्सम्मुखकोणच्छायायाः (जिनांशस्पर्शरेखायाः) निष्पत्तिर्भवितुमर्हति ।

क्षेत्रदर्शनम्

प्र=ग्रहस्थानम्, गो=गोलसन्धिः, गोप्रच=क्रान्तिवृत्तम्, गोटज=नाडीवृत्तम्, गोप्र=भुजांशाः प्रट=क्रान्त्यंशाः, गोट=विषुवांशाः, प्रत=भुजज्या, प्रन=क्रान्तिज्या, तन=परिणतविषुवांशज्या, भू=भूकेन्द्रस्थानम्, प्रप=क्रान्तिस्पर्शरेखा, चज=अयनप्रोतवृत्ते जिनांशाः, चछ=जिनांशस्पर्शरेखा, भूछ=जिनांशच्छेदनरेखा, भूप=क्रान्तिच्छेदनरेखा, भूगो=

भूग्र=भूच=त्रिज्यारेखा, इति ।



अत्रोपपत्तिः—

भुजांशज्यापरिणतविषुवांशज्याक्रान्तिज्येत्यवयवत्रयात्मके सरलजात्ये परिणतविषुवांशज्याक्रान्तिज्ययोरुत्पन्नकोणः समकोणसमः, भुजांशज्यापरिणतविषुवांशज्ययोरुत्पन्नकोणो नाडीक्रान्तिमण्डलद्वयधरातलोत्पन्नकोणेन समत्वाज्जिनांशसमोऽतोऽवशिष्टो भुजांशज्याक्रान्तिज्ययोरुत्पन्नकोणो हि परमाल्पद्युज्याचापांशसमः सिद्ध्यतीत्येकम् ।

अथ जिनांशस्पर्शछेदनत्रिज्येत्यवयवत्रयात्मकसरलजात्येऽपि स्पर्शविन्दुसंलग्नकोणस्य समकोणसमत्वात् त्रिज्याजिनांशच्छेदनयोरुत्पन्नकोणस्य च जिनांशसमानत्वात्—जिनांशस्पर्शच्छेदनयोरुत्पन्नकोणः परमाल्पद्युज्याचापांशसमः सिद्ध इति द्वितीयम् ।

अतः प्रथमद्वितीयसरलजात्ययोः साजात्यं सिद्धं तेनानुपातः—

यदि परिणतविषुवांशज्यासमकोट्या क्रान्तिज्यासमभुजो लभ्यते तदा त्रिज्यासमकोट्या किमिति जाता जिनांशस्पर्शरेखा=जिस्प $= \frac{\text{क्रांज्या} \times \text{त्रि}}{\text{पविज्या}}$ ।

अथ क्रान्तिज्यानयनायायासः—

क्रान्तिज्यामूलात्स्पर्शछेदनरेखयो—

र्योगं यावल्लेखलाघवार्थं क्रान्त्युत्क्रमज्यैव परिकल्प्यतेऽत्रेति ।

क्रान्तिज्यास्पर्शोत्क्रमज्येत्यवयवत्रयात्मकसरलजात्ये क्रान्तिस्पर्शज्ययोरुत्पन्नकोणः क्रान्त्यंशसमः, क्रान्तिज्यामूललग्नकोणस्य क्रान्तिज्योत्क्रमज्ययोरुत्पन्नस्य समकोणसमानत्वादवशिष्टः क्रान्तिस्पर्शोत्क्रमज्ययोरुत्पन्नो द्युज्याचापांशसमानः सिद्धोऽतोऽत्र

यदि त्रिज्यातुल्यकोणज्यया तत्सम्मुखभुजः क्रान्तिस्पर्शरेखासमो लभ्यते तदा द्युज्यातुल्यकोणज्यया किमिति जाता कोणानुपातेन क्रान्तिज्या$= \frac{\text{क्रांस्प} \times \text{द्यु}}{\text{त्रि}} =$ क्राज्या, अथैतत्क्रान्तिज्यास्वरूपेणोत्थापनेन जिस्प $= \frac{\text{क्रांज्या} \times \text{त्रि}}{\text{पविज्या}} = \frac{\text{क्रांस्प} \cdot \text{द्यु} \cdot \text{त्रि}}{\text{त्रि} \cdot \text{पविज्या}} =$

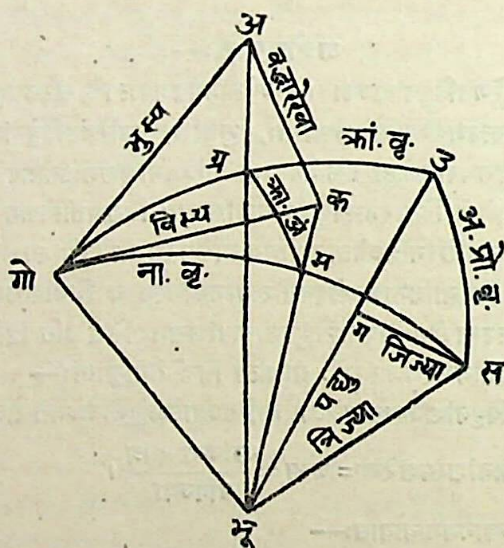
$$=\frac{\text{क्रांस्प}\cdot\text{त्रि}\cdot}{\frac{\text{त्रि}\cdot\text{पविज्या}}{\text{द्यु}}}=\frac{\text{क्रांस्प}\times\text{त्रि}\cdot}{\text{विज्या}},$$ अतः $\frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}}=\frac{\text{जिस्प}}{\text{क्रांस्प}}$, अत उपपन्नम्

अथ द्वितीयप्रकारेणोपपत्तिः—

तत्र यथैकोऽत्र भुजः क्रान्त्यंशोऽपरो विषुवांश इति कल्प्यते। तदैकभुजज्यया (क्रान्तिज्यया) त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव द्वितीयभुजच्छायया (विषुवांशस्पर्शरेखया) द्वितीयभुजसम्मुखकोणच्छायायाः (अयनबलनकोटिच्छायायाः) निष्पत्तिरिति सिद्धयेत।

क्षेत्रदर्शनम्—

गो=गोलसन्धिः, गोग्रउ=क्रान्तिवृत्तम्, ग्रोमस=नाडीवृत्तम्, ग्र=ग्रहस्थानम्, ग्रम=ग्रहोपरिगतध्रुवप्रोतवृत्तम्, गोग्र=भुजांशाः, गोअ=भुजांशस्पर्श रेखा, गोम=विषुवांशाः, गोक=विषुवांशस्पर्श रेखा, ग्रम=क्रान्त्यंशाः, अक=बद्धारेखा, उस=अयनप्रोतवृत्ते जिनांशाः, सग=जिनज्या, भुग=परमाल्पद्युज्या, भुस्र=भूउ=भूग्र=भूप=भूगो=त्रिज्या, इति।



अत्र युक्तिः—

विषुवांशभुजांशयोः स्पर्शरेखे गोलसन्धिविन्दुतो विधेयेऽथ यत्र भूकेन्द्राद्वर्धितग्रहगतत्रिज्यासूत्रे भुजांशस्पर्शरेखा लग्ना तत्र अ, विन्दुं यत्र च तस्मादेववर्धितविषुवांशाग्रगतत्रिज्यासूत्रे विषुवांशस्पर्शरेखा लग्ना तत्र क, विन्दुं परिकल्प्य अक, रेखा कार्या, इयमेव बद्धारेखापदेन व्यवहरिष्यते। त्रिभुजनामग्रहणसौलभ्यसिद्धये गोलसन्धिविन्दुः गो, इति कल्प्यते, भूकेन्द्रविन्दुः भू, इति च।

तदा भूअक, अकगो, इति जातमत्र सजातीयं सरलजात्यद्वयम्। द्वयोरप्येतत्त्रिभुजधरातलयोर्नाडीमण्डलधरातले लम्बरूपत्वात्तयोर्योगरेखात्मिका बद्धारेखाऽप्युक्तमण्डलधरातले लम्बरूपा भवेत्। अतो बद्धारेखामूललग्नकोणमानं नाडीमण्डलधरातललग्नं बद्धारेखाविषुवांशस्पर्शरेखाभ्यामुत्पन्नं समुत्पन्नं च विषुवांशच्छेदन (भूक) बद्धारेखाभ्यां समकोणसमानम्।

तथा विषुवांशस्पर्शभुजांशस्पर्शरेखाभ्यामुत्पन्नस्य गोलसन्धिबिन्दुवर्त्तमानस्य नाडीक्रान्तिमण्डलधरातलोत्पन्नाग्रसमस्य जिनांशसमत्वादपरो भुजांशस्पर्शबद्धारेखाभ्यामुत्पन्नकोणः परमाल्पद्युज्याचापांशेन समानः सिद्धः । तस्माज्जातमिदं सजातीयं सरलजात्यं जिनज्याद्युज्यापरमाल्पद्युज्येत्यवयवत्रयसंवलितसरलजात्येनेति ।

अत्रायमनुपातः—यदि जिनज्यया परमाल्पद्युज्या लभ्यते तदा बद्धारेखया किमित्यायाता विषुवांशस्पर्शरेखा $= \text{विस्प} = \frac{\text{पद्यु. बरे}}{\text{जिज्या}}$ ।

अथ बद्धारेखानयनायायासः—

तत्र ग्रहस्थानाद्विषुवांशाग्रगतत्रिज्यासूत्रोपरि लम्बः क्रान्तिज्यासम एकोऽवयवः, क्रान्तिज्यामूलाद्भूगर्भावधिर्द्युज्यासमो द्वितीयः, ग्रहस्थानाद्भूगर्भावधिस्त्रिज्यासमस्तृतीय इत्येकं सरलजात्यं सजातीयं भुजांशच्छेदनविषुवांशच्छेदनबद्धारेखेत्यवयवत्रयात्मकसरलजात्येनेति

अत्रानुपातः—यदि त्रिज्यया क्रान्तिज्या लभ्यते तदा भुजांशच्छेदनरेखया किमिति बद्धारेखा $= \frac{\text{क्रांज्या}\cdot\text{भुछे}}{\text{त्रि}}$, स्वरूपेस्मिन् भुजांशच्छेदनरेखायाः स्वरूपान्तरेणानेन $\frac{\text{त्रि. त्रि}}{\text{खेकोज्या}}$ उत्थापिते जाता बद्धा रेखा $= \frac{\text{क्रांज्या. त्रि. त्रि.}}{\text{त्रि. खेकोज्या}} = \frac{\text{क्रांज्या. त्रि}}{\text{खेकोज्या}}$, अतः विस्प $= \frac{\text{पद्यु}\cdot\text{क्रांज्या. त्रि}}{\text{खेकोज्या. जिज्या}}$ ।

अत्र परमाल्पद्युज्याद्युज्याखेटकोटिज्याचापांशैरुत्पन्नचापजात्यस्य खेटकोटिज्यां तदितरभुजकोटिव्यासार्धे परिणाम्य ज्याक्षेत्रबन्धनेन द्युज्यापरमाल्पद्युज्यापरिणतखेटकोटिज्येत्यवयवत्रयात्मकं सरलजात्यमुत्पत्स्यते । तत्र कोणानुपातेन परमाल्पद्युज्या$= \frac{\text{द्यु. अवकोज्या}}{\text{त्रि}}$ ।

$$\text{अतः विस्प} = \frac{\text{द्यु. अवकोज्या. क्रांज्या. त्रि}}{\text{त्रि. खेकोज्या. जिज्या}} = \frac{\text{अवकोज्या क्रांज्या.त्रि}}{\frac{\text{त्रि. खेकोज्या. जिज्या}}{\text{द्यु}}} =$$

$$\frac{\text{अवकोज्या. क्रांज्या. त्रि.}}{\text{त्रि. अवलज्या}} = \frac{\frac{\text{अवकोज्या.त्रि.}}{\text{अवलज्या}} \times \text{क्रांज्या}}{\text{त्रि}} = \frac{\text{अवकोस्प. क्रांज्या}}{\text{त्रि}} \text{ ।}$$

$$\text{यतोत्र } \frac{\text{विस्प}}{\text{अवकोस्प}} = \frac{\text{क्रांज्या}}{\text{त्रि}}$$

$$\text{अतः } \frac{\text{त्रि}}{\text{क्रांज्या}} = \frac{\text{अवकोस्प}}{\text{विस्प}}, \text{इत्युपपन्नम् ।}$$

अथ तृतीयप्रकारेणोपपत्तिः—

चतुर्थीप्रतिज्ञाया द्वितीयं क्षेत्रं विलोक्यम् । भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य-द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजांशकोट्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोः क्रान्तिज्याभुजांशकोटिज्ये तदितरभुजकोटिव्यासार्धे परिणाम्योत्पन्नयोर्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यात्—परमाल्पद्युज्याकोटौ द्युज्यामितः कर्णो लभ्यते तदा विषुवांशज्याकोटौ किमित्यनु-

पातेन जाता भुजांशज्या=भुज्या=$\frac{\text{द्यु. विज्या}}{\text{पद्यु}}$ ।

अथ भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य–नवत्यंशनवत्यंशजिनांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोर्विषुवांशज्यात्रिज्ये तदितरभुजकोटिव्यासार्धे परिणाम्य समुत्पन्नज्याक्षेत्रयोः साजात्यादनुपातः —

यदि जिनज्यया त्रिज्याकर्णो लभ्यते तदा क्रान्तिज्यया किमिति जाता भुजांशज्या =

$$\text{भुज्या} = \frac{\text{त्रि. क्रांज्या}}{\text{जिज्या}} \text{ ।}$$

$$\text{अतः}\quad \frac{\text{द्यु. विज्या}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{त्रि. क्रांज्या}}{\text{जिज्या}} \text{ ।}$$

$$\text{अतः}\quad \text{विज्या} = \frac{\text{त्रि. क्रांज्या. पद्यु}}{\text{जिज्या. द्यु}} \text{ ।}$$

तत आभ्यां भाजितायां त्रिज्यायां जातौ पक्षौ $\frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}} = \frac{\text{त्रि}}{\frac{\text{त्रि. क्रांज्या. पद्यु}}{\text{जिज्या. द्यु}}} =$

$$\frac{\text{त्रि. जिज्या. द्यु}}{\text{त्रि. क्रांज्या. पद्यु}} = \frac{\frac{\text{त्रि. जिज्या}}{\text{पद्यु}}}{\frac{\text{त्रि. क्रांज्या}}{\text{द्यु}}} = \frac{\text{जिस्प}}{\text{क्रांस्प}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}}\text{' इत्युपपन्नम् ।}$$

अथ चतुर्थप्रकारेणोपपत्तिः—

क्षेत्रदर्शनम्—

प्र=ग्रहस्थानम्, चगोप्र=क्रान्तिवृत्तम्, लगोप=नाडीवृत्तम्, प्रपस=ग्रहोपरिगत ध्रुवप्रोतवृत्तम्, लचस=ग्रहक्षितिजवृत्तम्, गो=गोलसन्धिः- गोप्र=भुजांशाः, प्रप = क्रान्त्यंशाः, गोप=विषुवांशाः, गोल=विषुवांशकोटयंशाः, गोच=भुजांशकोटयंशाः, लच= अयनवलनांशाः; चस=यष्टिचापांशाः ।

अत्र युक्तिः—

विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशैत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य-विषुवांश कोट्यंशभुजांशकोट्यंशाय-नवलनांशैत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोर्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यादनुपातः—

यदि विषुवांशकोटिज्यायाऽयनवलनज्या लभ्यते तदा भुजज्यया किमित्यनुपातेनागता

$$\text{क्रान्तिज्या} = \text{क्रांज्या} = \frac{\text{अवज्या. भुज्या}}{\text{विकोज्या}},$$

$$\text{अतः } \frac{\text{त्रि}}{\text{क्रांज्या}} = \frac{\text{त्रि. विकोज्या}}{\text{अवज्या. भुज्या}} = (1)$$

अथ ग्रहस्थानाद्ग्रहक्षितिजक्रान्तिवृत्तसम्पातावधिर्नवत्यंश एकोवयवः, तस्मादेव ग्रहक्षितिजध्रुवप्रोतमण्डलसम्पातावधिर्नवत्यंशो द्वितीयः, ध्रुवप्रोतक्रान्तिवृत्तान्तरे ग्रहक्षितिजे यष्टिचापसमानस्तृतीयोऽवयव इत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य-विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशैत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोर्ग्रहलग्नकोणस्योभयगतत्वादेकैकस्य समकोणसमानत्वाच्च क्रमशो द्वयोरपि क्षेत्रयोः त्रिज्याक्रान्तिज्ये तदितरभुजकोटिज्ये सार्धं परिणाम्य समुत्पन्नयोर्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यं स्फुटमेवातोऽनुपातः–

यदि यष्टिचापज्यया त्रिज्याकर्णो लभ्यते तदा विषुवांशज्यया किमिति जाता भुजांशज्या=

$$\text{भुज्या} = \frac{\text{त्रि} \times \text{विज्या}}{\text{य}},$$ अनेनोत्थापनाज्जातं (१) स्वरूपम्—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{क्रांज्या}} = \frac{\text{त्रि. विकोज्या}}{\text{अवज्या} \times \dfrac{\text{त्रि. विज्या}}{\text{य}}} = \frac{\dfrac{\text{त्रि. य.}}{\text{अवज्या}}}{\dfrac{\text{त्रि. विज्या}}{\text{विकोज्या}}} = \frac{\text{यस्प}}{\text{विस्प}},$$ इत्युपपन्नम् ।

अत्र सूत्रे—

चापजात्ये कोणलग्नभुजज्या कोणभाहतिः ।
त्रिज्याभक्ता फलं छाया कोणसंमुखबाहुजा ॥
कोणसंमुखदोश्छाया त्रिज्याघ्नी कोणभाहृता ।
कोणलग्नभुजज्या स्याच्चापजात्याभिधानके ॥

अत्रोपपत्तिः—

अथ पूर्वसम्पन्नस्वरूपे $= \frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}} = \frac{\text{जिस्प}}{\text{क्रांस्प}}$, अतः $\text{विज्या. जिस्प} = \text{क्रांस्प. त्रि}$,

$$\text{अतः } \text{क्रांस्प} = \frac{\text{विज्या. जिस्प}}{\text{त्रि}} = (1)$$

अथवा $\frac{\text{त्रि}}{\text{क्रांज्या}} = \frac{\text{यस्प}}{\text{विस्प}}$, अतः $\text{विस्प. त्रि} = \text{क्रांज्या. यस्प}$,

$$\text{अतः } \text{क्रांज्या} = \frac{\text{विस्प. त्रि}}{\text{यस्प}} = (2)$$

अत (१) (२) आभ्यां स्वरूपाभ्यां सूत्रद्वयमुपपन्नम् ।

पुनः सूत्रे—

कोणस्य कोटिच्छायाघ्नी कोणसंमुखबाहुभा ।
त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणलग्नभुजज्यका ॥
कोणकोटिभया भक्ता कोणलग्नभुजज्यका ।
त्रिज्याघ्नी च फलं ज्ञेया कोणसंमुखबाहुभा ॥

अत्रोपपत्तिः—

$$\text{पूर्वं विज्या} = \frac{\text{त्रि. कांस्प}}{\text{जिस्प}} = \frac{\text{त्रि. कांस्प}}{\frac{\text{जिज्या. त्रि}}{\text{पद्यु}}} =$$

$$\frac{\text{पद्यु. त्रि. कांस्प}}{\text{जिज्या. त्रि}} = \frac{\text{पद्युस्प. कांस्प}}{\text{त्रि}} = (1)$$

$$\text{अत कांस्प} = \frac{\text{त्रि. विज्या}}{\text{पद्युस्प}} = (2)$$

अतः (१) (२) आभ्यां सूत्रद्वयमुपपद्यते ।

द्वितीयः साध्यः—

चापजात्ये कर्णज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः,
सैव भुजज्यया भुजसंमुखकोणज्याया निष्पत्तिः ॥

यथात्र कल्प्यते—भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापजात्ये कर्णज्यया (भुजांशज्यया) त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव भुजज्यया (क्रान्तिज्यया) तत्संम्मुखकोण-ज्याया (जिनांशकोणज्याया) वा विषुवांशज्यया तत्संम्मुखायनवलनकोणकोटिज्याया निष्पत्तिर्भवितुमर्हति ।

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वप्रतिपादितप्रथमप्रतिज्ञान्तःप्रथमक्षेत्रे भुजांशज्याक्रान्तिज्यापरिणतविषुवांशज्ये-त्यवयवत्रयात्मके सरलजात्ये भुजांशज्यया तत्सम्मुखकोणज्या त्रिज्या लभ्यते तदा क्रान्ति-ज्यया किमित्यनुपातेन समायाता जिनज्या=जिज्या=$\frac{\text{त्रि. क्रांज्या}}{\text{भुज्या}}$,

$$\text{अतः} \quad \frac{\text{त्रि}}{\text{भुज्या}} = \frac{\text{जिज्या}}{\text{क्रांज्या}} \quad \text{इत्युपपद्यते।}$$

अथ द्वितीयप्रकारेणोपपत्तिः—

यथा यद्युक्तचापजात्यज्याक्षेत्रनिर्माणावसरे क्रान्तिज्यामेव विषुवांशकोटिज्याग्र्या-साधें परिणाम्य ज्याक्षेत्रं विरच्यते तदा प्रागुक्तज्याक्षेत्रोक्तयुक्त्यैव परिणतक्रान्ति-ज्याविषुवांशज्याभ्यामुत्पन्नकोणमानं समकोणसमानं परिणतक्रान्तिज्याया नाडीमण्ड-लधरातले लम्बरूपत्वात् । भुजज्यापरिणतक्रान्तिज्याभ्यामुत्पन्नकोणमानं चायनवलनको-टिसममतोऽवशिष्टमुत्पन्नं विषुवांशज्याभुजांशज्याभ्यां कोणमानमयनवलनसमानं सिद्धम्।

अत्रापि भुजांशज्यया त्रिज्या तत्सम्मुखकोणज्या लभ्यते तदा विषुवांशज्यया किमिति कोणानुपातेन समायातायनवलनकोटिज्या=

$$\text{यज्या}=\frac{\text{त्रि. विज्या}}{\text{भुज्या}} \quad \text{अतः}, \frac{\text{त्रि}}{\text{भुज्या}}=\frac{\text{यज्या}}{\text{विज्या}} \quad \text{इत्युपपन्नम् ।}$$

अत्र सूत्रे—

कर्णज्या कोणजीवाघ्ना त्रिज्याभक्ता फलं भवेत् ।
कोणसंमुखबाहुज्या चापजात्याभिधानके ॥
कोणसंमुखबाहुज्या त्रिज्याघ्नी कर्णजीवया ।
भक्ता फलं तु कोणज्या चापजात्याभिधानके ॥ ६ ॥

अत्रोपपत्तिः—

$$\text{अथ पूर्वसिद्धस्वरूपम्–} \frac{\text{जिज्या}}{\text{क्रांज्या}}=\frac{\text{त्रि}}{\text{भुज्या}} \text{ अतः क्रांज्या}=\frac{\text{भुज्या. जिज्या}}{\text{त्रि}}=(1)$$

$$\text{तथा जिज्या}=\frac{\text{क्रांज्या. त्रि}}{\text{भुज्या}}=(2)$$

अथवा द्वितीयोपपत्तिसिद्धस्वरूपम्—

$$\frac{\text{यज्या}}{\text{विज्या}}=\frac{\text{त्रि}}{\text{भुज्या}}, \ \text{विज्या}=\frac{\text{यज्या. भुज्या}}{\text{त्रि}}=(1)$$

$$\text{तथा यज्या}=\frac{\text{विज्या. त्रि}}{\text{भुज्या}}=(2)$$

सम्बन्धयुगलाभ्यां (१) (२) आभ्यां पद्यद्वयं सम्यगुपपद्यते ।

तृतीयः साध्यः—

तत्र कोणकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः,
सैव कोणसंलग्नभुजच्छायया कर्णच्छायाया निष्पत्तिः ॥

यथात्र कल्प्यते—भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापजात्ये जिनांश-कोणकोटिज्यया (परमाल्पद्युज्यया) त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव कोणसंलग्नभुजच्छायया (विषुवांशच्छायया) कर्णच्छायायाः (भुजांशच्छायायाः) निष्पत्तिरिति ।

यदि वोक्तचापजात्ये यष्टिकोणकोटिज्यया (अयनवलनज्यया) त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव क्रान्तिच्छायया भुजांशच्छायाया निष्पतिरिति ।

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वप्रतिपादितभुजांशस्पर्शविषुवांशस्पर्शबद्धारेखेत्यवयवत्रयात्मकोत्पन्नं सरलजात्यं परमाल्पद्युज्यात्रिज्याजिनज्येत्यवयवत्रयोत्पन्नसरलजात्येन सजातीयम् ।

अतोऽत्रानुपातः—परमाल्पद्युज्यया त्रिज्या लभ्यते तदा विषुवांशस्पर्शरेखया किमिति ।

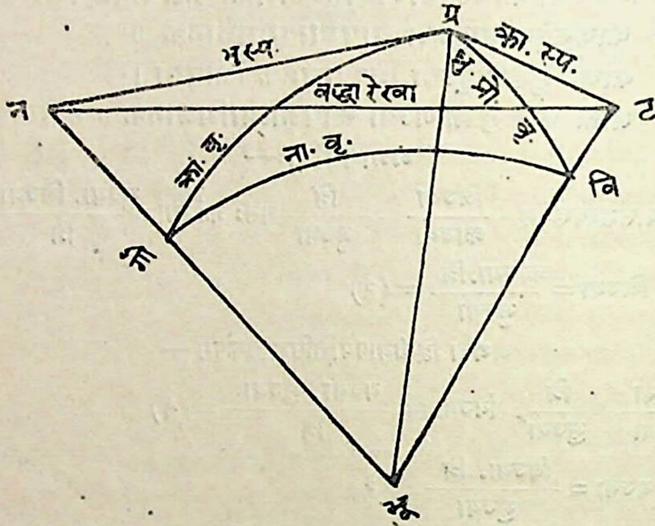
$$\text{भुजांशस्पर्शरेखा}=\text{भुस्प}=\frac{\text{त्रि}\times\text{विस्प}}{\text{पद्यु}}, \therefore \frac{\text{भुस्प}}{\text{विस्प}}=\frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}}=(1),$$

प्रथमप्रतिज्ञाया द्वितीयं क्षेत्रं विलोकनीयमित्युपपन्नम् ।

अथ द्वितीयप्रकारेणोपपत्तिः--

क्षेत्रदर्शनम्—

गोप्र=क्रान्तिवृत्ते भुजांशाः, गोवि=नाडीवृत्ते विषुवांशाः, प्रवि=ग्रहोपरिगतध्रुवप्रोते क्रान्त्यंशाः, प्रन = भुजांशस्पर्श रेखा, प्रट = क्रान्तिस्पर्श रेखा, नट = बद्धा-रेखा, भून= भुजांशच्छेदनरेखा, भूट = क्रान्तिच्छेदनरेखा, भूगो = भूप्र = भूवि = त्रिज्या रेखा, इति ।



ग्रहस्थानात्क्रान्तिध्रुवप्रोतवृत्तयोः स्पर्शरेखे विधेये, अथ भूगर्भान्नाडीध्रुवप्रोतवृत्त-सम्पातागतवर्धितत्रिज्यारेखायां यत्र संलग्ना ध्रुवप्रोतवृत्तस्पर्शरेखा तत्र ट, विन्दुः कल्प्यः, यत्र च क्रान्तिवृत्तस्पर्शरेखा भूगर्भाद्गोलसन्धिगतवर्धितत्रिज्यारेखायां लग्ना तत्र न, विन्दुरिति । नट, रेखा च बद्धारेखाभिधा विधेया ।

अत्रोपयोगीयसरलजात्यनामग्रहणसौलभ्याय ग्रहस्थानविन्दुः प्र, इति कल्प्यते ।

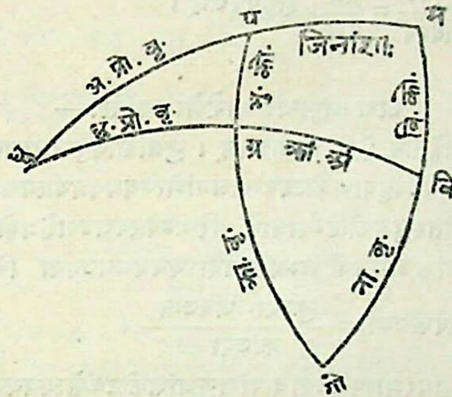
अतः भूनट,नप्रट, इति सरलत्रिभुजद्वयमुत्पन्नम्। द्वयोरप्यनयोस्त्रिभुजधरातलयोर्ध्रुव-प्रोतमण्डलधरातले लम्बरूपत्वात्तयोर्योगरेखात्मिका बद्धारेखापि तद्धरातले लम्बरूपा सिद्धा तस्माद्बद्धारेखा क्रान्तिस्पर्शरेखायां लम्बरूपैव ध्रुवप्रोतमण्डलवर्तमानत्वात्तस्यास्तेन क्रान्ति-स्पर्शरेखाबद्धारेखाभ्यामुत्पन्नकोणस्य समकोणसमत्वात् क्रान्तिस्पर्शभुजांशस्पर्शाभ्यामु-त्पन्नकोणोऽयनवलनकोटिसमोऽतोऽवशिष्टकोणमानं भुजांशस्पर्शबद्धारेखाभ्यामुत्पन्नमयन वलनसममिति सिद्धम्। त्रिभुजेऽस्मिन् यदि क्रांतिस्पर्शरेखया तत्सम्मुखकोणज्यायनवलन-ज्या लभ्यते तदा भुजांशस्पर्शरेखया किमिति कोणानुपातेन जाता त्रिज्या= $\frac{\text{अवज्या} \times \text{भुस्प}}{\text{क्रांस्प}}$

अतः $\frac{\text{त्रि}}{\text{अवज्या}} = \frac{\text{भुस्प}}{\text{क्रांस्प}}$, इत्युपपन्नम् ।

अथ तृतीयप्रकारेणोपपत्तिः—

क्षेत्रदर्शनम्—

गोग्रप = क्रान्तिवृत्तम्, गोविम = नाडीवृत्तम्, ग्र = ग्रहस्थानम्, ध्रु = ध्रुवस्थानम्, ध्रुग्रवि = ग्रहोपरिगतध्रुवप्रोतवृत्तम् , गोग्र = भुजांशाः, गोवि = विषुवांशाः, ग्रवि = क्रान्त्यंशाः, इति ।



यथात्र कल्प्यते ध्रुवप्रोतवृत्ते ध्रुवाद्ग्रहावधिर्द्युज्याचापांश एकोवयवः, तस्मादेवायनप्रोतक्रान्तिमण्डलसम्पातावधिरयनप्रोतमण्डले परमाल्पद्युज्याचापांशमितो द्वितीयः, ध्रुवप्रोतायनप्रोतमण्डलान्तरे क्रान्तिवृत्ते भुजांशकोट्यंशस्तृतीय इत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य–विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोरेकैककोणस्य समकोणसमत्वादुभयोर्ग्रहलग्नकोणस्य समत्वाच्च ज्याक्षेत्रयोः साजात्यं स्फुटमेवातोऽनुपातः—

यदि भुजज्यया विषुवांशज्या लभ्यते तदा द्युज्यया किमिति जाता परमाल्पद्युज्या=

$$\text{पद्यु} = \frac{\text{विज्या. द्यु}}{\text{भुज्या}} \text{ ।}$$

अथ ध्रुवान्नाडीवृत्तग्रहगतध्रुवप्रोतवृत्तसम्पातावधिर्ध्रुवप्रोतमण्डले नवत्यंशमित एकोवयवः, तस्मादेवायनप्रोतवृत्तनाडीवृत्तसम्पातावधिरयनप्रोतवृत्ते नवत्यंशमितो द्वितीयः, ध्रुवप्रोतायनप्रोतवृत्तान्तरे नाडीवृत्ते विषुवांशकोटिमितस्तृतीय इत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य–पूर्वोक्तद्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजांशकोटयंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोर्ध्रुवलग्नकोणस्योभयगतत्वादेकैकस्य समकोणत्वाच्च ज्याक्षेत्रयोः साजात्यं स्फुटमेवातोऽनुपातः—

यदि विषुवांशकोटिज्यया त्रिज्या लभ्यते तदाभुजांशकोटिज्यया किमिति जाता द्युज्या=

$$\text{द्यु} = \frac{\text{त्रि. भुकोज्या}}{\text{विकोज्या}} \text{ ।}$$

अनेन परमाल्पद्युज्यास्वरूपगतद्युज्योत्थाप्यते तदा—

$$\text{पद्यु} = \frac{\text{विज्या. त्रि० भुकोज्या}}{\text{भुज्या. विकोज्या}}$$,आभ्यां पृथक् त्रिज्या भक्ता जातम्—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{त्रि० भुज्या. विकोज्या}}{\text{विज्या. त्रि. भुकोज्या}} =$$

$$\frac{\frac{\text{त्रि. भुज्या}}{\text{भुकोज्या}}}{\frac{\text{त्रि. विज्या}}{\text{विकोज्या}}} = \frac{\text{भुस्प}}{\text{विस्प}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}}$$, इत्युपपन्नम् ।

अथ चतुर्थप्रकारेणोपपत्तिः—

चतुर्थीप्रतिज्ञाया द्वितीयं क्षेत्रं विलोक्यम् । भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशैत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य–भुजांशकोटिविषुवांशकोव्ययनवलनांशैत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोर्विषुवांशभुजांशकोटिज्ये तदितरभुजकोटिव्यासार्धे परिणाम्योत्पन्नज्याक्षेत्रयोः साजात्यात् ।

क्रान्तिज्यया भुजांशज्याकर्णो लभ्यते तदाऽयनवलनज्यया किमित्यनुपातेन जाता

$$\text{विषुवांशकोटिज्या} = \text{विकोज्या} = \frac{\text{भुज्या· अवज्या}}{\text{क्रांज्या}}$$ ।

अथ द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजांशकोटयंशैत्यवयवत्रयात्मकचापजात्यनवत्यंशनवत्यंशविषुवांशकटयंशैत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोः परमाल्पद्युज्यात्रिज्ये तदितरभुजकोटिव्यासार्धे परिणाममनात्समुत्पन्नयोर्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यादनुपातः—

यदि द्युज्यया भुजांशकोटिज्या लभ्यते तदा त्रिज्यया किमिति जाता विषुवांशकोटिज्या $= \text{विकोज्या} = \frac{\text{भुकोज्या. त्रि}}{\text{द्यु}}$ ।

$$\text{अतः} \quad \frac{\text{भुज्या. अवज्या}}{\text{क्रांज्या}} = \frac{\text{भुकोज्या. त्रि}}{\text{द्यु}}$$ ।

$$\text{अतः अवज्या} = \frac{\text{भुकोज्या. त्रि. क्रांज्या}}{\text{भुज्या. द्यु}}$$ ।

आभ्यां भाजितायां त्रिज्यायां सत्याम्—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{अवज्या}} = \frac{\text{त्रि}}{\frac{\text{भुकोज्या. त्रि. क्रांज्या}}{\text{भुज्या. द्यु}}} =$$

$$\frac{\text{भुज्या. द्यु. त्रि}}{\text{भुकोज्या. त्रि. क्रांज्या}} = \frac{\frac{\text{त्रि. भुज्या}}{\text{भुकोज्या}}}{\frac{\text{त्रि. क्रांज्या}}{\text{द्यु}}} =$$

$$\frac{\text{भुस्प}}{\text{क्रांस्प}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{अवज्या}}$$, इत्युपपन्नम् ।

अत्र सूत्रम्—

कोणलग्नभुजच्छाया कर्णकोटिभया हता ।
त्रिज्याभक्ता चापजात्ये कोणकोटिज्यका भवेत् ॥

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वसम्बन्धाभ्यां $\frac{\text{भुस्प}}{\text{विस्प}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}}$, आभ्यां (रे. ६ अ. १६ प्र.) युक्त्या

पद्यु. भुस्प = त्रि. विस्प, अतः $\text{पद्यु} = \frac{\text{त्रि. विस्प}}{\text{भुस्प}} =$

$$\frac{\text{त्रि. विस्प}}{\frac{\text{भुज्या. त्रि}}{\text{भुकोज्या}}} = \frac{\text{भुकोज्या० त्रि. विस्प}}{\text{भुज्या. त्रि}} =$$

$$\frac{\frac{\text{भुकोज्या० त्रि}}{\text{भुज्या}} \times \text{विस्प}}{\text{त्रि}} = \frac{\text{भुकोस्प. विस्प}}{\text{त्रि}} = (१)$$

एवमपरसम्बन्धाभ्यां $= \frac{\text{त्रि}}{\text{अवज्या}} = \frac{\text{भुस्प}}{\text{क्रांस्प}}$ आभ्यां पूर्वयुक्त्यैव त्रि. क्रांस्प=अवज्या. भुस्प,

$$\text{अतः अवज्या} = \frac{\text{त्रि. क्रांस्प}}{\text{भुस्प}} = \frac{\text{त्रि. क्रांस्प}}{\frac{\text{भुज्या. त्रि}}{\text{भुकोज्या}}} = \frac{\text{भुकोज्या. त्रि. क्रांस्प}}{\text{भुज्या. त्रि}} =$$

$$\frac{\text{भुकोस्प. क्रांस्प}}{\text{त्रि}} = (२)$$

(१), (२) प्रत्येकाभ्यामाभ्यामुपपन्नं सर्वम् ।

अथवा सूत्रम्—

त्रिज्याघ्नौ कोणकोटिज्या कर्णकोटिभया हृता ।
कोणलग्नभुजच्छाया जायते चापजात्यके ॥

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वं $\text{पद्यु} = \frac{\text{विस्प} \cdot \text{भुकोस्प}}{\text{त्रि}}$, $\text{अवज्या} = \frac{\text{क्रांस्प} \cdot \text{भुकोस्प}}{\text{त्रि}}$,

$$\text{अतः विस्प} = \frac{\text{पद्यु} \cdot \text{त्रि}}{\text{भुकोस्प}} = (१)$$

$$\text{क्रांस्प} = \frac{\text{अवज्या} \cdot \text{त्रि}}{\text{भुकोस्प}} = (२)$$

अत्रापि प्रत्येकाभ्यां (१), (२), आभ्यामुपपन्नम् ।

अथवा सूत्रे—

कर्णच्छाया चापजात्ये कोणकोटिज्यकाहता ।

त्रिज्याभक्ता फलं कोणसंलग्नभुजभा मता ॥
कोणलग्नभुजच्छाया त्रिज्याघ्नी कर्णभाहृता ।
कोणकोटिज्यका प्रोक्ता तदाप्ता कर्णभा फलम् ॥

अत्रोपपत्तिः—

एवञ्च यतः पूर्वं $\frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{भुस्प}}{\text{विस्प}}$,

अतः $\text{विस्प} = \frac{\text{भुस्प} \cdot \text{पद्यु}}{\text{त्रि}}$ (१),

तथा $\text{पद्यु} = \frac{\text{त्रि} \cdot \text{विस्प}}{\text{भुस्प}}$ = (२),

अथवा $\text{भुस्प} = \frac{\text{त्रि} \cdot \text{विस्प}}{\text{पद्यु}}$ = (३),

(१), (२), (३), एतेभ्यः सर्वमुपपन्नम्—

अथवा पुनः सूत्रे—

कर्णज्याकोणकोटिज्याघाते कोटिज्यया हृते ।
कोणसंमुखबाहोस्तु कोणलग्नभुजज्यका ॥
कोणलग्नभुजज्याघ्नी कोणसंमुखबाहुजा ।
कोटिज्या कर्णजीवाप्ता कोणकोटिज्यका फलम् ॥

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वं $\text{विस्प} = \frac{\text{पद्यु} \cdot \text{भुस्प}}{\text{त्रि}}$, वा $\frac{\text{विज्या} \cdot \text{त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \text{विस्प} =$

$= \frac{\text{पद्यु} \cdot \text{भुज्या} \cdot \text{त्रि}}{\text{त्रि} \cdot \text{भुकोज्या}} = \frac{\text{पद्यु} \cdot \text{भुज्या}}{\text{भुकोज्या}}$

अतः $\text{विज्या} = \frac{\text{विकोज्या} \cdot \text{पद्यु} \cdot \text{भुज्या}}{\text{त्रि भुकोज्या}} =$

$\frac{\text{पद्यु} \cdot \text{भुज्या}}{\frac{\text{त्रि} \cdot \text{भुकोज्या}}{\text{विकोज्या}}}$, यतः $\frac{\text{त्रि} \cdot \text{भुकोज्या}}{\text{विकोज्या}} = \text{द्यु}$,

अतः $\text{विज्या} = \frac{\text{पद्यु} \cdot \text{भुज्या}}{\text{द्यु}}$ = (१)

अतः $\text{पद्यु} = \frac{\text{विज्या} \cdot \text{द्यु}}{\text{भुज्या}}$ = (२)

अत (१), (२) आभ्यामुक्तसूत्रद्वयमुपपद्यते ।

चतुर्थः साध्यः—

तत्र कर्णकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः,
सैव एककोणकोटिच्छायया द्वितीयकोणच्छायाया निष्पत्तिः ॥

यथात्र कल्प्यते—भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मके चापजात्ये कर्णकोटिज्यया (भुजांशकोटिज्यया) त्रिज्याया या निष्पत्तिः,सैव एककोणकोटिच्छायया (जिनांशकोणकोटिच्छायया परमाल्पद्युज्याच्छाययेत्यर्थः) द्वितीयकोणच्छायायाः (यष्टिकोणच्छायायाः) निष्पत्तिर्वा एककोणकोटिच्छायया (अयनवलनकोणच्छायया) द्वितीयकोणच्छायायाः (जिनांशकोणच्छायायाः) निष्पत्तिः सेत्स्यति ।

क्षेत्रदर्शनम्—

यगोग्र=क्रान्तिवृत्तम्, सगोवि=नाडीवृत्तम्, सयप=ग्रहक्षितिजवृत्तम्, ग्रविप=ग्रहोपरिगतध्रुवप्रोतवृत्तम्, गोग्र=भुजांशाः, गोवि=विषुवांशाः, ग्रवि=क्रान्त्यंशाः, अग्र=भुजांशस्पर्शरेखा, भूअ=भुजांशच्छेदनरेखा, ग्रक=क्रान्तिस्पर्शरेखा, भूक=क्रान्तिच्छेदनरेखा, यप=यष्टिचापम्, यग=यष्टिस्पर्शरेखा, भूग=यष्टिच्छेदनरेखा, सय=अयनवलनांशाः, गोस=विषुवांशकोटिः, गोय=भुजांशकोटिः, भू=भूगर्भस्थानम् ।

अत्रोपपत्तिः—

ग्रहस्थानादेकं त्रिज्यावृत्तं ग्रहक्षितिजाख्यं विधेयम् । तद्ग्रहगतध्रुवप्रोतवृत्तयोः सम्पातस्थानात् तत्क्रान्तिवृत्तयोः सम्पातपर्य्यन्तं तद्वृत्तीयखण्डं क्रान्तिमण्डलध्रुवप्रोतमण्डलान्तर्गतं यष्टिचापसमानम् । तस्य स्पर्शरेखाछेदनरेखात्रिज्येत्यवयवत्रयोत्पन्नसरलत्रिभुजे त्रिज्याछेदनरेखाभ्यामुत्पन्नकोणो यष्टिचापसमः, स्पर्शविन्दुसंलग्नकोणमानं त्रिज्यास्पर्शरेखाभ्यामुत्पन्नं समकोणसमानमतोऽवशिष्टस्पर्शच्छेदनरेखाभ्यामुत्पन्नकोणमानं वलनचापसममिति सिद्धम् ।

सरलजात्यमिदं क्रान्तिस्पर्शभुजांशस्पर्शबद्धारेखेत्यवयवत्रयात्मकसरलजात्येन सजातीयम् ।

अतोऽत्रायमनुपातः—

यदि त्रिज्यातुल्यकोट्या यष्टिस्पर्शरेखासमभुजो लभ्यते तदा क्रान्तिस्पर्शरेखात्मककोट्या किमिति जाता बद्धारेखा=बरे = $\frac{\text{यस्प} \times \text{क्रांस्प}}{\text{त्रि}}$ ।

अथ गोलसन्धिबिन्दोर्ग्रहगतध्रुवप्रोतनाडीमण्डलसम्पातगतायां भूगर्भात्त्रिज्यारेखायां लम्बो विषुवांशज्यैकोऽवयवः, भूगर्भाद्गोलसन्धिगतत्रिज्यारेखा द्वितीयः, तस्मादेव विषुवांशज्यामूलपर्य्यन्तं तत्कोटिज्या तृतीय इत्यवयवत्रयसमन्वितसरलजात्यं भुजांशच्छेदनक्रान्तिच्छेदनबद्धारेखेत्यवयवत्रयात्मकसरलजात्येन सजातीयं भूगर्भलग्नकोणस्योभयनिष्ठत्वादेकैकस्य समकोणसमत्वाच्च ।

अतोऽत्रानुपातः—यदि त्रिज्यासमकर्णमानेन विषुवांशज्यासमभुजो लभ्यते तदा भुजांशच्छेदनरेखासमकर्णेन किमित्यायाता पूर्वानीतैव बद्धारेखा=बरे= $\frac{\text{विज्या} \times \text{भुच्छे}}{\text{त्रि}}$,

परन्तु भुछे = $\frac{\text{त्रि. त्रि}}{\text{भुकोज्या}}$, अतः बरे= $\frac{\text{विज्या. त्रि. त्रि}}{\text{त्रि. भुकोज्या}} = \frac{\text{विज्या. त्रि}}{\text{भुकोज्या}}$ ।

अथ बद्धारेखयोः समीकरणेन—

$$\frac{\text{यस्प. क्रांस्प}}{\text{त्रि}} = \frac{\text{विज्या. त्रि}}{\text{भुकोज्या}}, \text{ अतः } \frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{यस्प. क्रांस्प}}{\text{विज्या. त्रि}}$$

अथ भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य—द्युज्यापरमाल्पद्युज्याभुजांशकोटयंशेत्यवयवत्रयोत्पन्नचापजात्ययोः साजात्यादनयोर्ज्याक्षेत्रयोरपि साजात्यमवदातमेवातोऽनुपातः—

यदि द्युज्यया परमाल्पद्युज्या लभ्यते तदा भुजांशज्यया किमिति जाता विषुवांशज्या=विज्या = $\frac{\text{पद्यु. भुज्या}}{\text{द्यु}}$ । तथा क्रांस्प = $\frac{\text{क्रांज्या. त्रि}}{\text{द्यु}}$

आभ्यामुत्थापिते पूर्वस्वरूपे—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{यस्प.} \frac{\text{क्रांज्या. त्रि}}{\text{द्यु}}}{\frac{\text{पद्यु. भुज्या}}{\text{द्यु}}\text{. त्रि}}, = \frac{\text{यस्प. क्रांज्या}}{\text{पद्यु. भुज्या}},$$

परञ्च भुजज्याक्रान्तिज्याग्रक्षोदयलवज्योत्पन्नसरलजात्य—त्रिज्याजिनज्यापरमाल्पद्युज्योत्पन्नसरलजात्ययोः साजात्यात् $\frac{\text{क्रांज्या}}{\text{भुज्या}} = \frac{\text{जिज्या}}{\text{त्रि}}$ इति स्यात् ।

$$\text{अतः } \frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{यस्प. जिज्या}}{\text{पद्यु. त्रि}} =$$

$$\frac{\text{यस्प}}{\frac{\text{पद्यु. त्रि}}{\text{जिज्या}}} = \frac{\text{यस्प}}{\text{पद्युस्प}}$$, इत्युपपद्यते ।

अथ द्वितीयप्रकारेणोपपत्तिः—

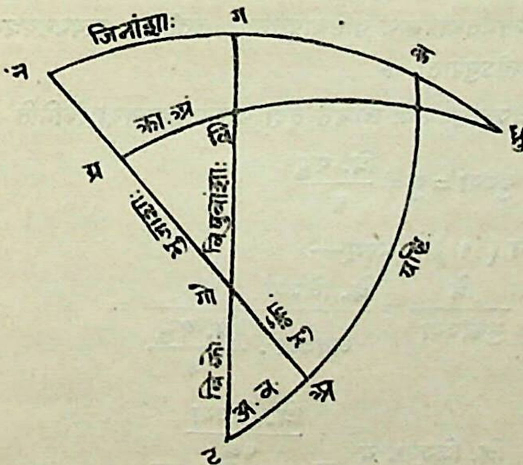
पूर्वस्वरूपम् $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{यस्प}}{\text{पद्युस्प}} = \frac{\frac{\text{यज्या. त्रि}}{\text{अवज्या}}}{\frac{\text{पद्यु. त्रि}}{\text{जिज्या}}} = \frac{\text{यज्या. त्रि. जिज्या}}{\text{पद्यु. त्रि. अवज्या}} =$

$$\frac{\frac{\text{त्रि. जिज्या}}{\text{पद्यु}}}{\frac{\text{त्रि. अवज्या}}{\text{यज्या}}} = \frac{\text{जिज्छा}}{\text{अवच्छा}}$$ इत्युपपन्नम् ।

अथ तृतीयप्रकारेणोपपत्तिः—

क्षेत्रदर्शनम्—

नप्रगोग = क्रान्तिमण्डलम् , टगोविग = नाडीमण्डलम् , प्रविध्रु=ग्रहोपरिगतध्रुवप्रोतवृत्तम् , नगक=अयनप्रोतवृत्तम् , टअक = ग्रहक्षितिजवृत्तम् , गो = गोलसन्धिः, गोप्र= भुजांशाः, प्रवि = क्रान्त्यंशाः, टअ = अयनवलनांशाः, गोअ = भुजांशकोटिः, अप= यष्टिः, गोट = विषुवांशकोटिरिति ।



द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजांशकोटयंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्यस्य ज्याक्षेत्रं नवत्यंशनवत्यंशविषुवांशकोटयंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्यस्य ज्याक्षेत्रेण साजात्यमतोऽनुपातः—

यदि द्युज्यया भुजांशकोटिज्या लभ्यते तदा त्रिज्यया किमिति जाता विषुवांशकोटिज्या $=$ विकोज्या $= \frac{\text{भुकोज्या. त्रि}}{\text{द्यु}}$ ।

तथा नवत्यंशनवत्यंशजिनांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य—विषुवांशकोट्यंशभुजांशकोट्यंशायनवलनांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्यज्याक्षेत्रयोः साजात्यादनुपातः—

यदि जिनज्यया त्रिज्या लभ्यते तदायनवलनज्यया किमिति जाता विषुवांशकोटिज्या $=$

$$\text{विकोज्या} = \frac{\text{त्रि. अवज्या}}{\text{जिज्या}},$$

$$\text{अतः} \quad \frac{\text{भुकोज्या. त्रि}}{\text{द्यु}} = \frac{\text{त्रि. अवज्या}}{\text{जिज्या}},$$

$$\text{अतः भुकोज्या} = \frac{\text{त्रि. अवज्या. द्यु}}{\text{जिज्या. त्रि}} = \frac{\text{अवज्या. द्यु}}{\text{जिज्या}},$$

$$\text{अतः} \quad \frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि}}{\frac{\text{अवज्या. द्यु}}{\text{जिज्या}}} =$$

$$\frac{\text{त्रि. जिज्या}}{\text{अवज्या. द्यु}} = (1)$$

अथ द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजांशकोट्यंशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापजात्यज्याक्षेत्रेण ग्रहाद् ग्रहक्षितिजध्रुवप्रोतवृत्तयोः सम्पातावधिर्नवत्यंशः ग्रहोपरिगध्रुवप्रोतमण्डले एकोवयवः, तस्मादेव क्रान्तिवृत्तग्रहक्षितिजवृत्तयोः सम्पातावधिर्नवत्यंशो द्वितीयः, ग्रहक्षितिजे तद्वृत्तद्वयान्तर्गतचापमानं यष्टिचापसमानं तृतीय इत्यवयवत्रयात्यकचापजात्य ज्याक्षेत्रं साजात्यमतोऽनुपातः—

यदि यष्ट्या त्रिज्यासमकर्णो लभ्यते तदा परमाल्पद्युज्यया किमिति जाता—

$$\text{द्युज्या} = \text{द्यु} = \frac{\text{त्रि. पद्यु}}{\text{य}},$$

अनेनोत्थापनेन (१) स्वरूपम्—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. जिज्या}}{\text{अवज्या} . \frac{\text{त्रि. पद्यु}}{\text{य}}} =$$

$$\frac{\text{त्रि. जिज्या. य}}{\text{अवज्या. त्रि. पद्यु}} = \frac{\frac{\text{त्रि. जिज्या}}{\text{पद्यु}}}{\frac{\text{अवज्या. त्रि.}}{\text{य}}} =$$

$$\frac{\text{जिस्प}}{\text{अवस्प}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}}, \text{ इत्युपपन्नम् ।}$$

अथवा $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{त्रि. जिज्या.य}}{\text{अवज्या. त्रि. पद्यु}} =$

$\frac{\frac{\text{त्रि. य}}{\text{अवज्या}}}{\frac{\text{त्रि. पद्यु}}{\text{जिज्या}}} = \frac{\text{यस्प}}{\text{पद्युस्प}}$, इति वोपपन्नम् ।

अत्र सूत्रम्

एककोणभया निघ्नी कर्णकोटिज्यका हृता ।
त्रिज्यया परकोणस्य कोटिच्छाया फलं भवेत् ॥

अत्रोपपत्तिः—

अथ यदा $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{यच्छा}}{\text{पद्युच्छा}}$,

तदा त्रि. पद्युच्छा = भुकोज्या. यच्छा, इति सेत्स्यत्यतः—

$$\text{पद्युच्छा} = \frac{\text{भुकोज्या यच्छा}}{\text{त्रि}} = (१)$$

अथवा यदा $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{जिच्छा}}{\text{अवच्छा}}$

तदा त्रि. अवच्छा = जिच्छा. भुकोज्या इति भविष्यत्यतः—

$$\text{अवच्छा} = \frac{\text{जिच्छा भुकोज्या}}{\text{त्रि}} = (२)$$

(१), (२), आभ्यां प्रत्येकाभ्यां सर्वमुपपद्यते ।

अथवा सूत्रम्—

कोणयोः कोटिजच्छायाघाते त्रिज्याविभाजिते ।
लब्धं तु कर्णकोटिज्या चापजात्याभिधानके ॥

अथ यदा $\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{यच्छा}}{\text{पद्युच्छा}}$,

तदा भुकोज्या. यच्छा = पद्युच्छा. त्रि ,

अतः भुकोज्या $= \frac{\text{पद्युच्छा. त्रि}}{\text{यच्छा}} =$

$$\frac{\text{पद्युच्छा. त्रि}}{\frac{\text{यज्या. त्रि}}{\text{अवज्या}}} = \frac{\text{पद्युच्छा. त्रि. अवज्या}}{\text{यज्या. त्रि}} =$$

$$\frac{\text{पद्युच्छा.}\ \frac{\text{त्रि. अवज्या}}{\text{यज्या}}}{\text{त्रि}} = \frac{\text{पद्युच्छा. अवच्छा}}{\text{त्रि}} = (१)$$

$$\text{अथवा यदा } \frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या.}} = \frac{\text{जिच्छा}}{\text{अवच्छा}}$$

$$\text{भुकोज्या जिच्छा} = \text{अवच्छा. त्रि, अतः भुकोज्या} = \frac{\text{अवच्छा. त्रि}}{\text{जिच्छा}}$$

$$\frac{\text{अवच्छा. त्रि.}}{\frac{\text{जिज्या. त्रि.}}{\text{पद्यु}}} = \frac{\text{अवच्छा. त्रि. पद्यु}}{\text{जिज्या. त्रि.}} =$$

$$\frac{\text{अवच्छा. }\frac{\text{त्रि. पद्यु}}{\text{जिज्या}}}{\text{त्रि}} = \frac{\text{अवच्छा. पद्युच्छा}}{\text{त्रि}} = (२)$$

(१), (२), आभ्यां सूत्रमुपपद्यते ।

पञ्चमः साध्यः—

तत्रैकभुजकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः,
सैव कर्णकोटिज्यया द्वितीयभुजकोटिज्याया निष्पत्तिः ॥

यथात्र कल्पते–भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापजात्ये एको भुजः क्रान्त्यंशोऽन्यो विषुवांश इति ।

तदा एकभुजकोटिज्यया (क्रान्तिकोटिज्यया द्युज्ययेत्यर्थः) त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव कर्णकोटिज्यया (भुजांशकोटिज्यया) द्वितीयभुजकोटिज्यायाः (विषुवांशकोटि-ज्यायाः) निष्पत्तिः ।

अथ यद्येको भुजो विषुवांशोऽपरः क्रान्त्यंश इति कल्प्यते ।

तदा तु एकभुजकोटिज्यया (विषुवांशकोटिज्यया) त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव कर्णकोटिज्यया द्वितीयभुजकोटिज्यायाः (द्युज्यायाः) निष्पत्तिरिति भविष्यति ।

अत्रोपपत्तिः—

ग्रहोपरिगतं ध्रुवप्रोतवृत्तं, अयनप्रोतवृत्तं च विधेयम् ।

अथ ग्रहाद्ध्रुवावधिर्ध्रुवप्रोतमण्डले द्युज्याचापांश एकोऽवयवः, ध्रुवादयनप्रोतक्रान्तिमण्डसम्पातविन्दुपर्य्यन्तमयनप्रोतमण्डले परमाल्पद्युज्याचापांशो द्वितीयः, भुजांश कोट्यंशोऽपममण्डले तृतीय इत्येकम् ।

तथा ध्रुवाद्ग्रहगतध्रुवप्रोतनाडीमण्डलसम्पातावधिर्ध्रुवप्रोते नवत्यंशमित एकोऽवयवः, तस्मादेवायनप्रोतनाडीमण्डलयोः सम्पातावधिरयनप्रोतमण्डले नवत्यंशो द्वितीयः, नाडीवृत्ते विषुवांशकोटिमितस्तृतीय इति द्वितीयम् ।

चापजात्यक्षेत्रयोरनयोर्ध्रुवलग्नकोणस्योभयगतत्वाज्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यमवदातमेवाऽतोऽनुपातः—

यदि त्रिज्यया विषुवांशकोटिज्या लभ्यते तदा द्युज्यया किमिति जाता—

$$\text{भुजांशकोटिज्या} = \text{भुकोज्या} = \frac{\text{विकोज्या. द्यु}}{\text{त्रि}},$$

अतः विकोज्या. द्यु = भुकोज्या. त्रि,

अतः $\frac{\text{त्रि}}{\text{द्यु}} = \frac{\text{विकोज्या}}{\text{भुकोज्या}} = (१)$ ।

अथवा $\frac{\text{त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \frac{\text{द्यु}}{\text{भुकोज्या}} = (२)$

अत्र तृतीयप्रतिज्ञाया द्वितीयं क्षेत्रं विलोकनीयमित्युपपन्नमाभ्यां (१), (२) प्रत्येकाभ्यामिति ।

अथ सूत्रम्—

दोर्जकोटिज्ययोर्घाते त्रिज्यया भाजिते फलम् ।
कर्णचापस्य कोटिज्या चापजात्याभिधानके ॥
कर्णकोटिज्यकात्रिज्याघाते चैकभुजोत्थया ।
कोटिज्यया हृते लब्धं परदोःकोटिमौर्विका ॥

अत्रोपपत्तिः—

अथानन्तरसिद्धस्वरूपाभ्याम्—

$$\text{भुकोज्या} = \frac{\text{द्यु. विकोज्या}}{\text{त्रि}} = (१)$$

$$\text{द्यु} = \frac{\text{त्रि. भुकोज्या}}{\text{विकोज्या}} = (२)$$

$$\text{विकोज्या} = \frac{\text{त्रि. भुकोज्या}}{\text{द्यु}} = (३)$$ इति सेत्स्यति ।

(१), (२), (३) एतेभ्यः पद्यद्वयमुपपद्यते

अथ कमलाकरोक्तसूत्रम्—

यद्वा कर्णोत्थिा च या कोटिजीवा त्रिज्यानिघ्नी ज्ञातकोटिज्ययाप्ता ।
तच्चापांशैरूनखाङ्कैर्मितं स्यादज्ञातस्य व्यक्तमानं हि बाहोः ॥

अत्रोपपत्तिः—

अनन्तरप्रतिपादितस्वरूपयुगलौ—

$$\text{द्यु} = \frac{\text{त्रि भुकोज्या}}{\text{विकोज्या}} = (१)$$

$$\text{विकोज्या} = \frac{\text{त्रि. भुकोज्या}}{\text{द्यु}} = (२)$$

अनयोश्चापाभ्यां पृथगूना नवतिः क्रमशः क्रान्त्यंशविषुवांशौ भवत इत्युपपन्नम्—

षष्ठः साध्यः—

एकभुजकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव एकभुजसंमुखकोणकोटिज्यया द्वितीयभुजसंमुखकोणज्याया निष्पत्तिः ॥

यथाऽत्र कल्प्यते–भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ये–एको भुजः क्रान्त्यंशोऽपरो विषुवांश इति ।

तदा एकभुजकोटिज्यया (क्रान्तिकोटिज्यया द्युज्ययेत्यर्थः) त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव एकभुजसम्मुखकोणकोटिज्यया (जिनांशकोटिज्यया परमाल्पद्युज्ययेत्यर्थः) द्वितीयभुजसम्मुखकोणज्यायाः (यष्टिसमाख्यायाः) निष्पत्तिः ।

अथवा यद्येको भुजो विषुवांशोऽपरः क्रान्त्यंशस्तदा एकभुजकोटिज्यया (विषुवांशकोटिज्यया) त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव एकभुजसम्मुखकोणकोटिज्यया (अयनवलनज्यया) द्वितीयभुजसम्मुखकोणज्यायाः (जिनज्यायाः) निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः—

परमाल्पद्युज्याचापांशद्युज्याचापांशभुजांशकोटयंशेत्यवयवत्रयात्मकपूर्वप्रदर्शितचापजात्ये भुजांशकोटिज्यां परमाल्पद्युज्याचापांशकोट्यंशज्याव्यासार्धे (जिनज्या व्यासार्धे) परिणाम्य ज्याक्षेत्रविधानेन—

परमाल्पद्युज्याद्युज्यापरिणतभुजांशकोटिज्येत्युत्पन्नसरलजात्ये परमाल्पद्युज्यापरिणतभुजांशकोटिज्याभ्यामुत्पन्नकोणः समकोणः स्यात् । तथा द्युज्यापरिणतभुजांशकोटिज्याभ्यामुत्पन्नः कोणः यष्टिसमः, अतोऽवशिष्टः परमाल्पद्युज्याद्युज्याभ्यामुत्पन्नकोणोऽयनवलनसमानः सिद्धः,

त्रिभुजेऽस्मिन् द्युज्यया तत्सम्मुखकोणज्या (त्रिज्या) लभ्यते तदा परमाल्पद्युज्यया किमिति कोणानुपातेनायाता

$$\text{यष्टिः} = \text{य} = \frac{\text{त्रि. पद्यु}}{\text{द्यु}},$$

$$\text{अतः} \frac{\text{त्रि}}{\text{द्यु}} = \frac{\text{य}}{\text{पद्यु}}, \text{ इत्युपपद्यते ।}$$

अथ द्वितीयप्रकारेणोपपत्तिः—

भुजांशकोटयंशविषुवांशकोटयंशतदन्तर्वर्तमानग्रहक्षितिजवृत्तीयशकलायनवलनचापेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ये भुजांशकोटिःकोटिर्विषुवांशकोटिः कर्णोऽयनवलनचापः खेटोत्पन्ननवत्यंशमण्डलीयखण्डो भुज इति स्यात् ।

चापजात्येऽमुष्मिन् परिणाम्य भुजांशकोटिज्यां भुजकोटिव्यासार्धे ज्याक्षेत्रमुत्पादनेनायनवलज्यापरिणतभुजांशकोटिज्याभ्यामुत्पन्नकोणमानं नवत्यंशसमानं,

समानं जिनाशेन विषुवांशकोटिज्यापरिणतभुजांशकोटिज्याभ्यामुत्पन्नकोणमानमतोऽवशिष्टमयनवलनज्याविषुवांशकोटिज्याभ्यामुत्पन्नं परमाल्पद्युज्याचापांशसमानमिति सिद्धम् ।

संजातसरलजात्येऽस्मिन् ।

विषुवांशकोटिज्यया तत्संमुखकोणज्या त्रिज्या लभ्यते तदाऽयनवलनज्यया किमिति

$$\text{कोणानुपातेन जिज्या} = \frac{\text{त्रि. अवज्या}}{\text{विकोज्या}},$$

अतः $\frac{\text{त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \frac{\text{जिज्या}}{\text{अवज्या}}$ चतुर्थीप्रतिज्ञाया द्वितीयं क्षेत्रं विलोक्यम् ,

इत्युपपन्नम् ।

अत्र सूत्रम्—

कोणज्यका कोणलग्नदोर्जकोटिज्यया हता ।
त्रिज्याभक्ता फलं चान्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

अत्रोपपत्तिः—

अथ यदा $\frac{\text{त्रि}}{\text{द्यु}} = \frac{\text{य}}{\text{पद्यु}}$,

तदा त्रि. पद्यु = द्यु. य (रे० अ० ६ प्र० १६)

$$\text{अतः पद्यु} = \frac{\text{द्यु. य.}}{\text{त्रि}} = (\ १\ )$$

$$\text{यदा च } \frac{\text{त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \frac{\text{जिज्या}}{\text{अवज्या}},$$

तदा त्रि. अवज्या = जिज्या. विकोज्या,

$$\text{अतः अवज्या} = \frac{\text{जिज्या. विकोज्या}}{\text{त्रि}} = (\ २\ )$$

आभ्यां (१). (२) प्रत्येकाभ्यां स्वरूपयुगलाभ्यामुपपन्नम् ।

अथवा सूत्रम्—

भुजसंमुखकोणज्या कर्णकोटिज्यकागुणा ।
भुजकोटिज्ययाप्ताऽन्यकोणकोटिज्यका भवेत् ॥

अत्रोपपत्तिः—

अथ पञ्चमीप्रतिज्ञायाः प्रथमस्वरूपयुगलम् = $\frac{\text{त्रि}}{\text{द्यु}} = \frac{\text{विकोज्या}}{\text{भुकोज्या}}$,

षष्ठीप्रतिज्ञायाश्च प्रथमस्वरूपयुगलम् = $\frac{\text{त्रि}}{\text{द्यु}} = \frac{\text{य}}{\text{पद्यु}}$ ।

$$\text{अतः } \frac{\text{विकोज्या}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{य}}{\text{पद्यु}},$$

अतः य. भुकोज्या = विकोज्या. पद्यु (रे ६ अ. १६ प्र.),

$$\text{अतः पद्यु} = \frac{\text{य. भुकोज्या}}{\text{विकोज्या}} = (१)$$

अथवा पञ्चमीप्रतिज्ञाया द्वितीयस्वरूपयुगलम् = $\frac{\text{त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \frac{\text{द्यु}}{\text{भुकोज्या}}$

षष्ठीप्रतिज्ञायाश्च सिद्धस्वरूपयुगलम् = $\frac{\text{त्रि}}{\text{विकोज्या}} = \frac{\text{जिज्या}}{\text{अवज्या}}$ ।

$$\text{तेन } \frac{\text{द्यु}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{जिज्या}}{\text{अवज्या}}$$

अतः द्यु. अवज्या = भुकोज्या. जिज्या (रे. अ ६ प्र १६),

$$\text{अतः अवज्या} = \frac{\text{भुकोज्या. जिज्या}}{\text{द्यु}} = (२)$$

आभ्यां (१), (२), प्रत्येकाभ्यां स्वरूपमिथुनाभ्यां सूत्रोक्तं सर्वमुपपन्नम् ।

अथ सूत्राणि—

अथैभ्यः सिद्धपदार्थेभ्यः सम्पन्ना क्रिया लिख्यते—

कोटिर्भुजः कर्णकोटिः कोटी ये कोणयोस्तथा ।
चापजात्यस्य पञ्चाङ्गान्येतान्युक्तानि पण्डितैः ॥
तेषामेको मध्यसंज्ञो मध्यलग्नौ तु यौ स्थितौ ।
संलग्नसंज्ञो तौ ज्ञेयावन्यौ संमुखसंज्ञकौ ॥
मध्यज्यात्रिज्यकाघातः संलग्नजभयोर्हतिः ।
संमुखस्थितकोट्यंशज्ययोर्घात इमे समाः ॥

यथात्र कल्प्यते—विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशैत्यवयवत्रयविशिष्टचापजात्यत्रिभुजे कोटिः= विषुवांशः (१), भुजः=क्रान्त्यंशः (२), कर्णकोटि=भुजांशकोटिः (३), एककोणकोटिः = जिनांशकोटिः = परमाल्पद्युज्याचापं (४), द्वितीयकोणकोटिः = यष्टिकोटिः=अयनवलनचापं (५), इति चापजात्यस्य पण्डितैः पञ्चाङ्गान्युक्तानि ।

अथ यदि भुजांशकोटिरूपावयवो मध्याख्यस्तदा तत्पार्श्वद्वयसंलग्नकोणकोटी संलग्न संज्ञके, अवशिष्टावयवौ विषुवांशक्रान्त्यंशरूपौ सम्मुखसंज्ञकाविति ।

तत्र मध्यज्या (भुजांशकोटिज्या) त्रिज्यकाघातः, सलग्नजभयोः परमाल्पद्युज्या- चापांशस्पर्शायनवलनस्पर्शयोर्घातः, सम्मुखस्थितकोट्यंशज्ययोः (द्युज्याविषुवांशको- टिज्ययोः) घातः

इमे त्रयो घाताः समाः स्युरर्थात्—

त्रि॰ भुकोज्या = अवस्प पद्युस्प = द्यु. विकोज्या,

इति सेत्स्यति ।

अत्रोपपत्तिः—

द्युज्याचापांशपरमाल्पद्युज्याचापांशभुजांशकोट्यंशैत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य–नवत्यं- शनवत्यंशविषुवांशकोट्यंशैत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोर्ध्रुवलग्नकोणस्योभयगतत्वाज्ज्या- क्षेत्रयोः साजात्यमवदातमेवातः—

$$\text{विकोज्या} = \frac{\text{भुकोज्या. त्रि}}{\text{द्यु}},$$

अतः विकोज्या. द्य = भुकोज्या. त्रि ।

तथा चतुर्थप्रतिज्ञायाम्—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\text{जिस्प}}{\text{अवस्प}},$$ इति सिद्धमत्स्यतः—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{भुकोज्या}} = \frac{\frac{\text{जिज्या. त्रि}}{\text{पद्यु}}}{\text{अवस्प.}} = \frac{\text{जिज्या. त्रि}}{\text{अवस्प. पद्यु}},$$

अतः अवस्प. पद्यु. त्रि=जिज्या. त्रि. भुकोज्या,

$$\text{अतः त्रि. भुकोज्या} = \frac{\text{अवस्प. पद्यु. त्रि}}{\text{जिज्या}} =$$

अवस्प. पद्युस्प = विकोज्या. द्यु, अत उपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ द्वितीयप्रकारेणोपपत्तिः—

यदि क्रान्त्यंशो मध्याख्यस्तदा विषुवांशायनवलनचापौ संलग्नसंज्ञकावितरौ परमाल्पद्युज्याचापभुजांशकोट्यंशौ सम्मुखसंज्ञकाविति ।

तदा त्रि. क्रांज्या=विच्छा.अवच्छा=जिज्या भुज्या, इति सेत्स्यति ।

अत्रोपपत्तिः—

भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य-नवत्यंशनवत्यंशजिनांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोः साजात्यादनुपातेन—

$$\text{जिज्या} = \frac{\text{क्रांज्या. त्रि}}{\text{भुज्या}}$$

अतः त्रि. क्रांज्या = भुज्या. जिज्या ।

तथा प्रथमीप्रतिज्ञायां $\frac{\text{त्रि}}{\text{क्रांज्या}} = \frac{\text{यस्प}}{\text{विस्प}}$ इति सिद्धमस्त्यतः—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{क्रांज्या}} = \frac{\frac{\text{य. त्रि}}{\text{अवज्या}}}{\text{विस्प}} = \frac{\text{य. त्रि}}{\text{अवज्या. विस्प}},$$

अतः त्रि. अवज्या विस्प = य. त्रि. क्रांज्या,

$$\text{अतः त्रि. क्रांज्या} = \frac{\text{त्रि. अवज्या. विस्प}}{\text{य}} =$$

अवस्प. विस्प = भुज्या. जिज्या, अत उपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ तृतीयप्रकारेणोपपत्तिः—

एवं यदि विषुवांशो मध्याख्यस्तर्हि परमाल्पद्युज्याचापक्रान्त्यंशौ संलग्नसंज्ञकावितरौ भुजांशकोट्यंशायनवलनचापौ सम्मुखसंज्ञकाविति ।

अतः विज्या. त्रि = पद्युस्प . क्रांस्प = य. भुज्या, इति सेत्स्यति ।

अत्रोपपत्तिः –

विषुवांशभुजांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य-नवत्यंशनवत्यंश-प्रद्योत्पन्नत्रिज्यावृत्तीययष्टिचापांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोर्प्रहलग्नकोणस्य यष्टिसमस्योभयगतत्वाज्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यमेवातोऽनुपातेन—

$$\text{य}=\frac{\text{विज्या. त्रि}}{\text{भुज्या}},$$

अतः भुज्या. य = विज्या. त्रि ।

तथा प्रथमप्रतिज्ञायां प्रथमस्वरूपयुगलम् = $\frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}}=\frac{\text{जिस्प}}{\text{क्रांस्प}}$ ।

$$\text{अतः}\ \frac{\text{त्रि}}{\text{विज्या}}=\frac{\frac{\text{जिज्या. त्रि}}{\text{पद्यु}}}{\text{क्रांस्प}}=\frac{\text{जिज्या. त्रि}}{\text{पद्यु क्रांस्प}},$$

अतः त्रि. पद्यु. क्रांस्प = विज्या. जिज्या. त्रि,

$$\text{अतः}\ \frac{\text{त्रि. पद्यु. क्रांस्प}}{\text{जिज्या}}=\text{पद्युस्प. क्रांस्प}=\text{त्रि. विज्या}=\text{य.भुज्या},$$

अत उपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ चतुर्थप्रकारेणोपपत्तिः—

यदि चायवलनचापं मध्याख्यस्तदा क्रान्त्यंशभुजांशकोटयंशौ संलग्नसंज्ञकौ तदितरौ विषुवांशपरमाल्पद्युज्याचापांशौ सम्मुखसंज्ञकाविति ।

अतः अवज्या. त्रि. = क्रांस्प. भुकोस्प = विकोज्या. जिज्या, इति सेत्स्यति ।

अत्रोपपत्तिः—

नवत्यंशनवत्यंशजिनांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य–विषुवांशकोटिभुजांशकोटिग्रहोत्पन्नत्रिज्यावृत्तीयायनवलनचापांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोर्जिनांशतुल्यकोणस्योभयगतत्वाज्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यमवदातमेवातोनुपातेन—

$$\text{अवज्या}=\frac{\text{जिज्या. विकोज्या}}{\text{त्रि}},$$

अतः त्रि. अवज्या = जिज्या. विकोज्या ।

तथा तृतीयसाध्यान्तर्गतद्वितीयस्वरूपयुगलम्— $\frac{\text{त्रि}}{\text{अवज्या}}=\frac{\text{भुस्प}}{\text{क्रांस्प}}$ ।

$$\text{अतः}\ \frac{\text{त्रि}}{\text{अवज्या}}=\frac{\frac{\text{भुज्या. त्रि}}{\text{भुकोज्या}}}{\text{क्रांस्प}}=\frac{\text{भुज्या. त्रि}}{\text{भुकोज्या. क्रांस्प}},$$

अतः त्रि भुकोज्या. क्रांस्प = अवज्या. भुज्या. त्रि,

$$\text{अतः}\ \frac{\text{त्रि. भुकोज्या. क्रांस्प}}{\text{भुज्या}}=\text{अवज्या. त्रि}=$$

भुकोस्प. क्रांस्प = जिज्या. विकोज्या,

अत उपपन्नं यथोक्तम् ।

अथ पञ्चमप्रकारेणोपपत्तिः—

अथ यदि परमाल्पद्युज्याचापांशो मध्याख्यस्तदा विषुवांशभुजांशकोटयंशौ संलग्नसं-

ज्ञकौ, अयनवलनचापक्रात्यंशौ सम्मुखसंज्ञकाविति ।

अतः पद्यु. त्रि = विस्प.भुकोस्प = य. द्यु, इति सेत्स्यति ।

अत्रोपपत्तिः—

द्युज्यापरमाल्पद्युज्याभुजांशकोटयंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्य-नवत्यंशनवत्यंशप्रहोत्पन्नत्रिज्यावृत्ते यष्टिचापांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ययोर्ग्रहलग्नकोणस्य यष्टिचापसमस्योभयगतत्वाज्ज्याक्षेत्रयोः साजात्यादनुपातेन—

$$\text{पद्यु} = \frac{\text{य. द्यु}}{\text{त्रि}},$$

अतः त्रि. पद्यु = य. द्यु ।

अथ तृतीयसाध्यान्तर्गतप्रथमस्वरूपयुगलम् $= \frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{भुस्प}}{\text{विस्प}}$ ।

$$\text{अतः} \frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}} = \frac{\frac{\text{भुज्या. त्रि}}{\text{भुकोज्या}}}{\text{विस्प}} = \frac{\text{भुज्या. त्रि}}{\text{भुकोज्या. विस्प}},$$

अतः त्रि. भुकोज्या. विस्प = पद्यु. भुज्या. त्रि,

$$\text{अतः} \frac{\text{त्रि. भुकोज्या}}{\text{भुज्या}} \times \text{विस्प} =$$

भुकोस्पः विस्प = त्रि·पद्यु. = य. द्यु ।

अत उपपन्नं यथोक्तम् ।

एतत्प्रकारसूचकः संशोधकप्रकारः—

चापजात्ये समं कोणं हित्वावयवपञ्चकम् ।
भुजत्रयं तथा कोणद्वयमेवं प्रकल्पयेत् ॥
केष्वपि त्रिषु संसक्तावयवेष्विह मध्यजा ।
दोर्ज्या त्रिज्यागुणा प्रान्त्यस्पर्शरेखाहतिर्भवेत् ॥
त्रिषु द्वावेव सक्तौ चेत् पृथक्स्थस्य भुजज्यका ।
त्रिज्याघ्नी सक्तकोटिज्याहतितुल्या भवेद्ध्रुवम् ॥
एतत्सिद्धान्तयुग्मेपि स्थाने श्रवणकोणयोः ।
तत्कोटिरेव गृह्णीयाच्चापजात्यविधौ बुधैः ॥
सिद्धान्ताभ्यां किलैताभ्यां प्रोक्तावयवपञ्चके ।
ज्ञातेऽवयवयुग्मे स्याद्व्यक्तमन्यत्त्रयं द्रुतम् ॥
चापजात्ये हि संसक्तावयवत्रितयं त्रिधा ।
तत्राद्यं त्रितयं बाहू चैकः कोणस्तथापरम् ॥
श्रवणश्चैककोणश्च तथा तत्कोणसक्तदोः ।
एवं कोणौ च कर्णश्च तृतीयं त्रितयं भवेत् ॥
द्वावेवावयवौ सक्तौ यस्मिन्नवयवत्रये ।

तदपि त्रितयं चापजात्यके भवति त्रिधा ॥
तत्र कोणद्वयं चैको दोरिति प्रथमं त्रयम् ।
द्वितीयं श्रवणश्चैककोणस्तत्संमुखो भुजः ॥
भुजद्वयं तथा कर्णस्त्रयमेतत्तृतीयकम् ।
एवं षड्विधमेव स्याज्जात्येऽत्रावयवत्रयम् ॥

स्पष्टम् ।

अथ सूत्रम्—

कोणसंमुखबाहोस्तु छाया संगुणिता यदा ।
कोणकोटिज्यया तुल्या तदा कोणद्वये भवेत् ॥

अत्रोपपत्तिः—

अथ तृतीयसाध्यान्तर्गतप्रथमस्वरूपयुगलम् $= \frac{\text{भुस्प}}{\text{विस्प}} = \frac{\text{त्रि}}{\text{पद्यु}}$,

अतः षष्ठाध्याययुक्त्या $\frac{\text{भुस्प}}{\text{त्रि}} = \frac{\text{विस्प}}{\text{पद्यु}}$ ।

तथा द्वितीयस्वरूपयुगलम् =

$\frac{\text{त्रि}}{\text{अवज्या}} = \frac{\text{भुस्प.}}{\text{क्रांस्प}}$, तेन $\frac{\text{भुस्प}}{\text{त्रि}} = \frac{\text{क्रांस्प}}{\text{अवज्या}}$,

अतः $\frac{\text{विस्प}}{\text{पद्यु}} = \frac{\text{क्रांस्प}}{\text{अवज्या}}$,

अतः विस्प अवज्या = क्रांस्प. पद्यु इत्युपपन्नम् ।

अथ कर्णैकभुजयोर्ज्ञानादन्यभुजानयनम्—

अत्र ज्ञाते चापबाहुश्रुती ये तज्ज्याकृत्योरन्तराद्यत्पदं तत् ।
त्रिज्यानिघ्नं ज्ञातकोटिज्ययाप्तं तच्चापं स्यान्मानमज्ञातबाहोः ॥

यथात्र कल्प्यते—भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ये भुजांशक्रान्त्यंशयोर्ज्ञानाद्विषुवांशज्ञानमभीष्टमस्तीति ।

अत्रोपपत्तिः—

भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्यज्याक्षेत्रकरणेन परिणतविषुवांशज्याभूकेन्द्राद्गोलसन्धिगतसूत्रे लम्बरूपेति सिद्धैव ।

यतः तस्मादत्रैकं सरलजात्यमुत्पन्नं यत्र भूगर्भात्क्रान्तिज्यामूलपर्य्यन्तं द्युज्यैकोऽवयवः, तस्मादेव भुजांशज्यामूलपर्य्यन्तं भुजांशकोटिज्येति द्वितीयः, परिणतविषुवांशज्या तृतीय इत्येकम् ।

अथ ग्रहगतध्रुवप्रोतमण्डलनाडीमण्डलद्वयसम्पातविन्दोर्विहिता विषुवांशज्या संज्ञका लम्बरेखैकः, भूगर्भाद्विषुवांशज्यामूलं यावद्विषुवांशकोटिज्यात्मिका रेखा द्वितीयः, तस्मादेव ग्रहस्थानीयध्रुवप्रोतमण्डलनाडीमण्डलसम्पातविन्दुं यावत्त्रिज्यारेखा तृतीयः ।

सरलजात्यक्षेत्रयोरनयोर्भुकेन्द्रसंश्लिष्टकोणस्योभयगतत्वादेकैकस्य समकोणसमानत्वाज्ज्या

क्षेत्रयोः साजात्यमुचितमेवातः—

द्युज्यया परिणतविषुवांशज्या लभ्यते तदा त्रिज्यया किमिति जाता—

$$\text{विषुवांशज्या} = \text{विज्या} = \frac{\text{पविज्या} \times \text{त्रि}}{\text{द्यु}} \text{ ।}$$

परञ्च परिगतविषुवांशज्याया भुजांशज्याक्रान्तिज्ययोर्वर्गान्तरमूलसमानत्वादुत्थापनेन

$$\text{विज्या} = \frac{\sqrt{\text{भुज्या}^2 - \text{क्रांज्या}^2} \times \text{त्रि}}{\text{द्यु}},$$

एतच्चापं विषुवांशरूपाज्ञातभुजज्ञानं स्यात् ।

अत्र प्रथमप्रतिज्ञायाः प्रथमं क्षेत्रं विलोकनीयमित्युपपन्नम् ।

अथ द्वितीयप्रकारेणपपत्तिः—

यदि भुजांशविषुवांशयोर्ज्ञानं तदा क्रान्त्यंशज्ञानं कथमिति ।

अत्रोपपत्तिः—

भुजांशविषुवांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ये क्रान्तिज्यामेव विषुवांशकोटिज्याव्यासार्धे परिणम्य क्षेत्रोत्पादनेन परिणतक्रान्तिज्या भुजांशज्याविषुवांशज्ययोर्वर्गान्तरमूलेन समा भवेदतः—

$$\text{पक्रांज्या } \sqrt{\text{भुज्या}^2 - \text{विज्या}^2} \text{ ।}$$

अथ परिणतक्रान्तिज्याभुजांशकोटिज्याविषुवांशकोटिज्येत्यवयवत्रयात्मकसरलजात्यद्युज्याक्रान्तिज्यात्रिज्येत्यवयवत्रयात्मकसरलजात्ययोर्भूगर्भलग्नकोणस्योभयगतत्वादेकैकस्य समकोणसमत्वात्साजात्यं स्यादेवातः—

यदि विषुवांशकोटिज्यया परिणतक्रान्तिज्या लभ्यते तदा त्रिज्यया किमिति जाता

$$\text{क्रान्तिज्या} = \text{क्रांज्या} = \frac{\text{पक्रांज्या} . \text{ त्रि}}{\text{विकोज्या}} =$$

$$\frac{\sqrt{\text{भुज्या}^2 - \text{विज्या}^2} \times \text{त्रि}}{\text{विकोज्या}},$$

एतच्चापं क्रान्त्यंशरूपभुजमानं स्यादित्युपपन्नम् ।

प्रथमोपपत्त्या—

एकस्यराशेर्बृहती ज्यका या द्वयोस्त्रिभस्यापि कृतीकृतानाम् ।
स्वस्वापमज्याकृतिवर्जितानां मूलानि तासां त्रिगुणाहतानि ॥
स्वस्वद्युमौर्व्या विभजेत्फलानां चापान्यधोधः परिशोधितानि ।
क्रमोत्क्रमस्थानि निरक्षदेशे मेषादिकानामुदयासवः स्युः ॥

इति ग्रहगणितस्पष्टाधिकारोक्तमुपपद्यते भास्करस्य ।

अथ कमलाकरोक्तचापीयचतुर्भुजीयभुजायनमाह—

गोलेऽथ चापकर्णाद्ये पार्श्वयोश्चापजात्यके ।
तद्वशाच्चतुरस्रं हि दृश्यते यद्विदांवर ! ॥

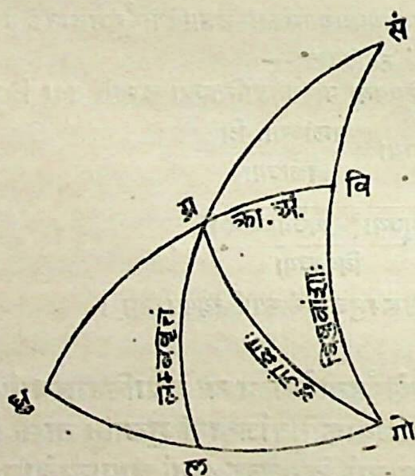
तस्य कर्णाग्रसक्तैककोणः स विषमाभिधः ।
समं तु कोणत्रितयं विषमाभिधकोणतः ॥
पार्श्वयोर्यौ भुजौ तौ तु विषमौ समकोणतः ।
कर्णाग्रसक्तात्पार्श्वस्थौ भुजौ यौ तौ समाभिधौ ॥
यत्पार्श्वासमबाहुज्यांकृतिं कर्णज्यकाकृतेः ।
विशोध्य मूलं तच्चापं नियतं चान्यपार्श्वगः ॥
भवेत् स विषमो बाहुरेवं यद्विषमो भुजः ।
ज्ञातस्तज्ज्या त्रिभज्याघ्नी भक्ताऽन्यविषमाख्यया ॥
कोटिमौर्व्याऽथ तच्चापमन्यपार्श्वसमो भुजः ।

क्षेत्रदर्शनम्—

यथात्र कल्प्यते–गोसं = नाडीमण्डलम् , गोप्र = क्रान्तिमण्डलम् , विप्रध्रु = ग्रहगत-ध्रुवप्रोतमण्डलम् , ध्रु = ध्रुवस्थानम् , प्र=ग्रहस्थानम् , संप्रल = गोध्रु, वृत्तोपरिग्रहस्थाना-त्लम्बवृत्तम् , गोध्रु = नाडीक्रान्तिवृत्तसम्पातोपरिगतध्रुवप्रोतवृत्तम् ।

एवं कृतेऽत्र प्रविगोल, चापीयचतुर्भुजमुत्पन्नम् , यत्र ∠गोविप्र, ∠लगोवि, ∠प्रलगो, इति कोणत्रयं समकोणसमानम् ।

∠विप्रल, प्रहलग्नकोणस्तु विषमाख्यः । तेनात्र विषमकोणसंलग्नौ प्रवि, प्रल, भुजौ



विषमसंज्ञकौ, गोवि, गोल, भुजौ च समसंज्ञकौ कल्पनीयौ ।

प्रध्रु = द्युज्याचापांशाः, ∠प्रध्रुल = विषुवांशाः ।

अत्रोपपत्तिः ।

ध्रुप्रल, चापजात्यत्रिभुजे "कोणसंमुखबाहुज्यात्रिज्याघ्नी" इत्यादिद्वितीयसाध्यान्तर्गत

द्वितीयसूत्रेण $\quad$ ज्या $<$ प्रध्रुल $= \dfrac{\text{प्रलज्या} \times \text{त्रि}}{\text{ध्रुप्रज्या}}$,

वा $\quad$ विज्या $= \dfrac{\text{प्रलज्या} \times \text{त्रि}}{\text{द्यु}}$ ।

परन्तु ध्रुप्रल, ध्रुविगो, चापजात्ययोर्ध्रुवलग्नकोणस्योभयगतत्वादेकैकस्य समकोणसमत्वात्साजात्यं स्यादेवातः—

$$\text{प्रलज्या} = \frac{\text{गोवि} \times \text{ध्रुप्र}}{\text{ध्रुवि}} = \frac{\text{विज्या} \times \text{द्यु}}{\text{त्रि}} =$$

$$\text{परिणतविषुवांशज्या} = \sqrt{\text{भुज्या}^2 - \text{कांज्या}^2} \text{ ।}$$

एतच्चापं प्रल, विषमो भुजः स्यात् ।

अथ प्रसंवि, चापीयत्रिभुजे तेनैव सूत्रेण—

$$\text{ज्या} < \text{प्रसंवि} = \text{गोलज्या} = \frac{\text{प्रविज्या} \times \text{त्रि}}{\text{प्रसंज्या}} =$$

$$\frac{\text{कांज्या.} \times \text{त्रि}}{\text{प्रलकोज्या}},$$

एतच्चापं गोल, समो भुजः स्यादित्युपपन्नम् ।

अथ विषमत्रिभुजगणितं प्रदर्श्यते ।

यत्र चापत्रिभुजे त्रयोऽपि कोणाः परस्परं विषमास्तद्विषमचापत्रिभुजं चापाजात्यमिति वा कथ्यते ।

यथोक्तं कमलाकरेण—

त्रिज्यावृत्तत्रयोत्पन्नं यस्य कोणत्रयं भवेत् ।
विषमं त्रिभुजं तत्स्यात् .... ॥

तत्र यदृच्छयैको भुज आधारसंज्ञकः (भूसंज्ञकः) अपरौ भुजसंज्ञकाविति प्रकल्प्य भुजद्वययोगविन्दोराधारवृत्तोपरि लम्बनिपातनेनोभयदिशि य आधारखण्डे त आबाधासंज्ञके ज्ञातव्ये ।

लम्बवृत्तीयमभीष्टचापाजात्यान्तर्गतं चापखण्डं लम्बसंज्ञकमिति ।

प्रथमः साध्यः—

लम्बलग्नकोणज्ययोर्या निष्पत्तिः.
सैवाबाधालग्नकोकोणटिज्ययोर्निष्पत्तिः ॥

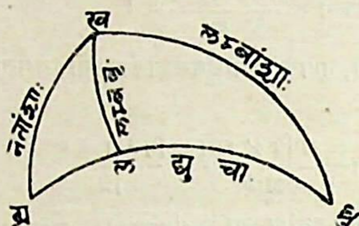
यथात्र कल्प्यते—ग्रहोपरि खमध्यप्रोतध्रुवप्रोतमण्डलद्वयकरणेनोत्पन्नचापाजात्यस्य ध्रुवात्खमध्यावधिर्याम्योत्तरवृत्ते लम्बांश एकोवयवः, तस्मादेव ग्रहावधिर्ध्रुवप्रोतवृत्ते द्युज्याचापांशो द्वितीयः, खमध्याद्ग्रहावधिः खमध्यप्रोतवृत्तीयचापखण्डं नतांशसमानं तृतीयः ।

चापाजात्यत्रिभुजेऽस्मिन् लम्बांशनतांशौ भुजौ तदितरो द्युज्याचापांश आधार-इति कल्प्यते ।

अथ खमध्यरूपभुजद्वययोगविन्दोर्द्युज्याचापांशरूपाधारे लम्बनिपातनेनोत्पन्नयोः

खमध्यलग्नकोणयोर्या निष्पत्तिः, सैवाबाधालग्नयोर्ग्रहगतध्रुवगतकोणयोर्निष्पत्तिर्भवेदिति ।

क्षेत्रदर्शनम्—



लाघवार्थं खग्रल = ग्रहलग्नकोणः=ग्रको । खध्रुल=ध्रुवलग्नकोणः = ध्रुको ।

खग्र = नतांशः = प्रथमो भुजः = प्रभु ।

खध्रु=द्युज्याचापांशः=द्वितीयो भुजः = द्विभु ।

ग्रल = प्रथमाबाधा=प्रआ ।

ध्रुल = द्वितीयाबाधा = द्विआ ।

ग्रखल=लम्बलग्नप्रथमकोणः=प्रको ।

ध्रुखल=लम्बलग्नद्वितीयकोणः=द्विको ।

खल=लम्बवृत्तीयचापम्=लंवृ , इति कल्प्यते ।

अत्रोपपत्तिः—

प्रदर्शितचापाजात्ये लम्बवृत्तादुभयदिशि चापजात्यद्वयस्योत्पत्तिर्जाता,

तत्र लम्बांशकर्णविशिष्टचापजात्ये चापजात्यगणितान्तर्गतषष्ठसाध्यप्रतिपादितयुक्त्या-

लम्बवृत्तीयचापकोटिज्यया त्रिज्यायाया निष्पत्तिः सैव ग्रहलग्नकोणकोटिज्यया लम्बलग्नप्रथमकोणज्याया निष्पत्तिः स्यादतः-

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}} = \frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{ग्रकोकोज्या}}$$, इति स्यात् ।

एवं लम्बांशकर्णविशिष्टचापजात्यत्रिभुजेऽपि पूर्वोक्तसाध्यप्रतिपादितयुक्त्यैव—

लम्बवृत्तीयचापकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव ध्रुवलग्नकोणकोटिज्यया लम्बलग्नद्वितीयकोणज्याया निष्पत्तिः स्यादतः —

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}} = \frac{\text{द्विकोज्या}}{\text{ध्रुकोकोज्या}}$$, इति स्यात् ।

पूर्वं $\frac{\text{त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}} = \frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{ग्रकोकोज्या}}$ ।

साम्प्रतं $\frac{\text{त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}} = \frac{\text{द्विकोज्या}}{\text{ध्रुकोकोज्या}}$,

अतः $\frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{ग्रकोकोज्या}} = \frac{\text{द्विकोज्या}}{\text{ध्रुकोकोज्या}}$, (रे ६ अ० ५ प्र०) इति स्यादतः

एकान्तरनिष्पत्त्या—

$$\frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{द्विकोज्या}} = \frac{\text{प्रकोकोज्या}}{\text{भुकोकोज्या}},$$

अत उपपन्नम् ।

अत्र सूत्रम्—

एकाबाधालग्नकोणकोटिज्या लम्बलग्नया ।
अन्याबाधासंमुखस्थकोणमौर्व्या हता समा ॥

अत्रोपपत्तिः—

सम्बन्धयुगलाभ्यामाभ्यां $\frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{द्विकोज्या}} = \frac{\text{प्रकोकोज्या}}{\text{भुकोकोज्या}}$, रेखागणितषष्ठाध्यायषोडशीप्रतिज्ञया—

प्रकोज्या. भुकोकोज्या = द्विकोज्या. प्रकोकोज्या, इति स्यादत उपपन्नम् ।

द्वितीयः साध्यः—

तत्र भुजसम्बन्धिकोटिज्ययोर्या निष्पत्तिः,
सैवाबाधाकोटिज्ययोर्निष्पत्तिः ॥

यथात्र कल्प्यते—पूर्वप्रतिपादितचापजात्यत्रिभुजे भुजसम्बन्धिकोटिज्ययोः (नतांशलम्बांशकोटिज्ययोः) या निष्पत्तिः, सैवाबाधाकोटिज्ययोः (प्रथमाबाधाद्वितीयाबाधाकोटिज्ययोः) निष्पत्तिः स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः—

नतांशकर्णविशिष्टचापजात्ये चापजात्यगणितप्रतिपादितपञ्चमसाध्येन लम्बवृत्तीयचापकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव नतांशकोटिज्यया (प्रथमभुजकोटिज्यया) प्रथमाबाधाकोटिज्याया निष्पत्तिः स्यादतः—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}} = \frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{प्रभुकोज्या}} ।$$

एवं लम्बांशकर्णविशिष्टचापजात्ये तेनैव साध्येन—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}} = \frac{\text{द्विआकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}} ।$$

$$\text{अतः} \ \frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{प्रभुकोज्या}} = \frac{\text{द्विआकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}},$$

अत एकान्तरनिष्पत्त्या $\frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}} = \frac{\text{प्रभुकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}}$, अतउपपन्नम् ।

अत्र सूत्रम्—

एकाबाधालग्नबाहुकोटिजीवा यदा हता ।
अन्याबाधाचापकोटिज्यकया सा समा भवेत् ॥

अत्रोपपत्तिः—

अथ सम्बन्धयुगलाभ्यां $\frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}} = \frac{\text{प्रभुकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}}$, आभ्यां (रे.६अ.१६प्र.) युक्त्या प्रआकोज्या. द्विभुकोज्या = द्विआकोज्या. प्रभुकोज्या, इति स्यादत उपपन्नम् ।

एतत्समान एव संशोधकप्रकारः—

एकमेकस्य बाहोस्तु कोटिमौर्विकया यदि ।
लभ्यते तद्भुजासक्ताबाधायाः कोटिमौर्विका ॥
तदा बाहोः किलान्यस्य कोटिमौर्व्या किमित्यतः ।
तद्दोः सक्ताबधाकोटिज्या भवेदनुपाततः ॥

तृतीयः साध्यः—

तत्राबाधाज्ययोर्या निष्पत्तिः,
सैवाऽऽधारलग्नकोणयोश्छायावैपरीत्ये निष्पत्तिः ॥

यथात्र कल्प्यते—पूर्वप्रतिपादिते तस्मिन्नेव चापाजात्ये–आबाधाज्ययोः (प्रथमाबाधाद्वितीयाबाधाज्ययोः) या निष्पत्तिः, सैवाधारलग्नकोणयोः (ग्रहलग्नकोणध्रुवलग्नकोणयोः) छायावैपरीत्ये निष्पत्तिः, अर्थात् ध्रुवलग्नकोणच्छायया ग्रहलग्नकोणच्छायाया निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः—

चापजात्यगणितान्तर्गतप्रथमसाध्ययुक्त्या नतांशकर्णविशिष्टचापजात्ये प्रथमाबाधाज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव लम्बवृत्तीयचापच्छायया ग्रहलग्नकोणच्छायाया निष्पत्तिः स्यादतः—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{प्रआज्या}} = \frac{\text{प्रकोस्प}}{\text{लंवृस्प}} = (१)$$

एवं लम्बांशकर्णविशिष्टचापजात्ये पूर्वप्रतिपादितसाध्ययुक्त्यैव द्वितीयाबाधाज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः सैव लम्बवृत्तीयचापच्छायया ध्रुवलग्नकोणच्छायाया निष्पत्तिरतः–

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{द्विआज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोस्प}}{\text{लंवृस्प}} \ (२)$$

अथात्र प्रथमस्वरूपयुगलेन द्वितीयस्वरूपयुगले भक्ते—

$$\frac{\frac{\text{त्रि}}{\text{द्विआज्या}}}{\frac{\text{त्रि}}{\text{प्रआज्या}}} = \frac{\frac{\text{ध्रुकोस्प}}{\text{लंवृस्प}}}{\frac{\text{प्रकोस्प}}{\text{लंवृस्प}}}$$

$$\text{अतः} \ \frac{\text{प्रआज्या} \times \text{त्रि}}{\text{द्विआज्या} \times \text{त्रि}} = \frac{\text{ध्रुकोस्प. लंवृस्प}}{\text{प्रकोस्प.लंवृस्प}} \ ।$$

$$\text{अतः} \ \frac{\text{प्रआज्या}}{\text{द्विआज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोस्प}}{\text{प्रकोस्प}},$$

अत उपपन्नम् ।

अत्र सूत्रम्

आबाधाचापजीवा तु स्वलम्बा स्वभया हता।
तुल्या भवेदुभयतश्चापीये त्रिभुजे सदा॥

अत्रोपपत्तिः—

सम्बन्धयुगलाभ्यां $\frac{\text{प्रआज्या}}{\text{द्विआज्या}} = \frac{\text{भ्रुकोच्छा}}{\text{प्रकोच्छा}}$ आभ्यां (रे. ६ अ. १६ प्र.)

युक्त्या प्रआज्या. प्रकोच्छा = द्विआज्या. भ्रकोच्छा, इति स्यादत—

उपपन्नम्।

चतुर्थः साध्यः—

तत्र लम्बलग्नकोणकोटिज्ययोर्या निष्पत्तिः,
सैवभुजयोश्छायावैपरीत्ये निष्पत्तिः॥

यथात्र कल्प्यते–पूर्वप्रदिपादिते तस्मिन्नेव नतांशादिभुजविशिष्टचापाजात्ये लम्बलग्नकोणकोटिज्ययोः (लम्बलग्नप्रथमकोणद्वितीयकोणकोटिज्ययोः) या निष्पत्तिः, सैव भुजयोः (नतांशलम्बांशरूपयोर्भुजयोः) छायावैपरीत्ये निष्पत्तिः।

अर्थात्-लम्बांशच्छायया नतांशच्छायाया निष्पत्तिः।

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वप्रतिपादितचापजात्यगणितान्तर्गततृतीयप्रतिज्ञायुक्त्या—

नतांशकर्णविशिष्टचापचात्ये लम्बलग्नप्रथमकोणकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव लम्बवृत्तीयचापच्छायया प्रथमभुजच्छायाया निष्पंतिः स्यादतः—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{प्रकोकोज्या}} = \frac{\text{प्रभुस्प}}{\text{लंवृस्प}} = (1)$$

एवं लम्बांशकर्णविशिष्टचापजात्ये पूर्वोक्तयुत्यैव—

लम्बलग्नद्वितीयकोणकोटिज्यया त्रिज्याया या निष्पत्तिः, सैव लम्बवृत्तीयचापच्छायया द्वितीयभुजच्छायाया निष्पत्तिः स्यादतः—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{द्विकोकोज्या}} = \frac{\text{द्विभुस्प}}{\text{लंवृस्प}} = (2)$$

अथ प्रथमस्वरूपयुगलेन द्वितीयस्वरूपयुगले भाजिते—

$$\frac{\frac{\text{त्रि}}{\text{द्विकोकोज्या}}}{\frac{\text{त्रि}}{\text{प्रकोकोज्या}}} = \frac{\frac{\text{द्विभुस्प}}{\text{लंवृस्प}}}{\frac{\text{प्रभुस्प}}{\text{लंवृस्प}}}$$

$$\frac{\text{प्रकोकोज्या} \times \text{त्रि}}{\text{द्विकोकोज्या} \times \text{त्रि}} = \frac{\text{द्विभुस्प. लंवृस्प}}{\text{प्रभुस्प. लंवृस्प}} \text{ अथवा}$$

$$\frac{\text{प्रकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}} = \frac{\text{द्विभुस्प}}{\text{प्रभुस्प}}, \text{अत उपपन्नम्।}$$

अत्र सूत्रम्—

लम्बलग्नस्य कोणस्य कोटिज्या या द्वयोर्भवेत् ।
सा स्वलग्नभुजच्छाया संगुणा चेत्समा भवेत् ॥

अत्रोपपत्तिः—

अथानन्तरसिद्धसम्बन्धयुगलाभ्यां—

$\frac{\text{प्रकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}} = \frac{\text{द्विभुच्छा}}{\text{प्रभुच्छा}}$ आभ्यां (रे० ६ अ० १६ प्र.) समुदितयुक्त्या—

प्रकोकोज्या. प्रभुच्छा = द्विकोकोज्या.द्विभुच्छा,

इति स्यादत उपपन्नम् ।

पञ्चमः साध्यः—

तत्र भुजयोर्योगार्धच्छायया आबाधयोर्योगार्धच्छायाया या निष्पत्तिः, सैवाबाधयोरन्तरार्धच्छायया भुजयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिः ॥

यथात्र कल्प्यते—पूर्वप्रतिपादिते नतांशादिभुजविशिष्टचापजात्ये भुजयोर्योगार्धच्छायया (प्रथमद्वितीयभुजयोर्योगार्धच्छायया) आबाधयोर्योगार्धच्छायायाः (प्रथमद्वितीयाबाधयोर्योगार्धच्छायायाः) या निष्पत्तिः,

सैव आबाधयोरन्तरार्धच्छायया (प्रथमद्वितीयाबाधयोरन्तरार्धच्छायया) भुजयोरन्तरार्धच्छायायाः (प्रथमद्वितीयभुजयोरन्तरार्धच्छायायाः) निष्पत्तिरिति ।

अत्रोपपत्तिः—

अथ चापाजात्यान्तर्गतद्वितीयसाध्येन प्रथमभुजकोटिज्यया द्वितीयभुजकोटिज्याया या निष्पत्तिः, सैव प्रथमाबाधाकोटिज्यया द्वितीयाबाधाकोटिज्याया निष्पत्तिरतः—

$$\frac{\text{प्रभुकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}} = \frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}},$$

$$\text{अतः}\quad \frac{\text{प्रभुकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}} + 1 = \frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}} + 1,$$

$$\text{वा}\quad \frac{\text{प्रभुकोज्या} + \text{द्विभुकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}} = \frac{\text{प्रआकोज्या} + \text{द्विआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}} ।$$

$$\text{एवं}\quad \frac{\text{प्रभुकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}} \backsim 1 = \frac{\text{प्रआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}} \backsim 1,$$

$$\text{अथवा}\quad \frac{\text{प्रभुकोज्या} \backsim \text{द्विभुकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}} = \frac{\text{प्रआकोज्या} \backsim \text{द्विआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}},$$

$$\text{अतः}\quad \frac{\frac{\text{प्रभुकोज्या} + \text{द्विभुकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}}}{\frac{\text{प्रभुकोज्या} \backsim \text{द्विभुकोज्या}}{\text{द्विभुकोज्या}}} = \frac{\frac{\text{प्रआकोज्या} \backsim \text{द्विआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}}}{\frac{\text{प्रआकोज्या} \backsim \text{द्विआकोज्या}}{\text{द्विआकोज्या}}}$$

$$\text{अथवा}\quad \frac{\text{प्रभुकोज्या} + \text{द्विभुकोज्या}}{\text{प्रभुकोज्या} \backsim \text{द्विभुकोज्या}} = \frac{\text{प्रआकोज्या} + \text{द्विआकोज्या}}{\text{प्रआकोज्या} \backsim \text{द्विआकोज्या}}$$

परञ्च त्रिकोणमित्या प्रभुकोज्या + द्विभुकोज्या =
२ ज्या $\frac{1}{2}$ (प्रभु + द्विभु) . ज्या $\frac{1}{2}$ (प्रभु ∽ द्विभु),
प्रभुकोज्या ∽ द्विभुकोज्या =
२ कोज्या $\frac{1}{2}$ (प्रभु + द्विभु) . कोज्या $\frac{1}{2}$ (प्रभु ∽ द्विभु),
प्रआकोज्या + द्विआकोज्या =
२ ज्या $\frac{1}{2}$ (प्रआ + द्विआ) . ज्या $\frac{1}{2}$ (प्रआ ∽ द्विआ),
प्रआकोज्या ∽ द्विआकोज्या =
२ कोज्या $\frac{1}{2}$ (प्रआ + द्विआ) . कोज्या $\frac{1}{2}$ (प्रआ ∽ द्विआ),

$$\text{अतः}\quad \frac{२\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2}(\text{प्रभु} + \text{द्विभु})\ .\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2}(\text{प्रभु} \backsim \text{द्विभु})}{२\ \text{कोज्या}\ \frac{1}{2}(\text{प्रभु} + \text{द्विभु})\ .\ \text{कोज्या}\ \frac{1}{2}(\text{प्रभु} \backsim \text{द्विभु})} =$$

$$\frac{२\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2}(\text{प्रआ} + \text{द्विआ})\ .\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})}{२\ \text{कोज्या}\ \frac{1}{2}(\text{प्रआ} + \text{द्विआ})\ .\ \text{कोज्या}\ \frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})},$$

स्प $\frac{1}{2}$ (प्रभु + द्विभु) . स्प $\frac{1}{2}$ (प्रभु ∽ द्विभु) =
स्प $\frac{1}{2}$ (प्रआ + द्विआ) . स्प $\frac{1}{2}$ (प्रआ ∽ द्विआ),

$$\text{अतः}\quad \frac{\text{स्प}\frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})}{\text{स्प}\frac{1}{2}\ (\text{प्रभु} + \text{द्विभु})} = \frac{\text{स्प}\frac{1}{2}\ (\text{प्रभु} \backsim \text{द्विभु})}{\text{स्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})},$$

अत उपपन्नम् ।

अत्र सूत्रम्—

बाह्वोर्योगार्धजा छाया विवरार्धभया हता ।
आधारार्धभया भक्ता लब्धचापं भवेत् किल ॥
छायाखण्डैरन्तरार्धं द्वयोराबाधयोर्यतः ।
अतोऽनेन युतं हीनमाधारार्धं तदाऽबधे ॥

अत्रोपपत्तिः—

अथ पूर्वं यतः स्प $\frac{1}{2}$ (प्रभु + द्विभु). स्प $\frac{1}{2}$ (प्रभु ∽ द्विभु) =
स्प $\frac{1}{2}$ (प्रआ + द्विआ). स्प $\frac{1}{2}$ (प्रआ ∽ द्विआ),

$$\text{अतः स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ}) = \frac{\text{स्प}\frac{1}{2}\ (\text{प्रभु} + \text{द्विभु}).\ \text{स्प}\frac{1}{2}\ (\text{प्रभु} \backsim \text{द्विभु})}{\text{स्प}\frac{1}{2}\ (\text{प्रआ} + \text{द्विआ})},$$

ततो ज्ञातया स्पर्शरेखयाऽनया स्पर्शरेखातश्चापज्ञानविधानयुक्तिभ्यः प्रथमाबाधाद्वितीयाबाधान्तररूपचापज्ञानं भविष्यति ।

आबाधायोगरूपचापज्ञानं तु युज्याचापांशरूपभुजज्ञानादस्त्येवात आबाधायोगान्तरज्ञानात्सुखेन संक्रमणगणितेनाबाधयोर्ज्ञानं भवेत् ।

बहिर्लम्बेत्वाबाधान्तरसमानाधारस्य ज्ञानादज्ञानाच्चाबाधायोगरूपचापस्यात आबाधान्तरेणैवेमं

"स्प $\frac{1}{2}$ (प्रभु + द्विभु). स्प $\frac{1}{2}$ (प्रभु ∽ द्विभु)" विभज्याबाधायोगं ज्ञात्वा तत उक्तवत्संक्रमणगणितेनाबाधयोः पृथग् ज्ञानं भवेदत उपप म् ।

षष्ठः साध्यः—

तत्राधारलग्नकोणयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः, सैवाधारार्धच्छायया-आबाधयेारन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरित्यन्तर्लम्बे बहिर्लम्बे तु आधारार्धकोटिच्छायया आबाधयेा— र्योगार्धकोटिच्छायाया निष्पत्तिरिति ॥

यथात्र कल्प्यते–तत्र (पूर्वप्रतिपादितनतांशादिभुजविशिष्टचापाजात्यत्रिभुजे) आधारलग्नकोणयोर्योगज्यया (प्रहलग्नध्रुवलग्नकोणयोर्योगज्यया) तदन्तरज्याया (प्रहलग्नध्रुवलग्नकोणयोरन्तरज्याया) या निष्पत्तिः,

सैव आधारार्धच्छायया (प्रथमद्वितीयाबाधयोगार्धच्छयया) आबाधयोरन्तरार्धच्छायायाः (प्रथमद्वितीयाबाधयोरन्तरार्धच्छायायाः) निष्पत्तिरित्यन्तर्लम्बे ।

बहिर्लम्बे तु आधारलग्नकोणयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः, सैव आधारार्धकोटिच्छायया (प्रथमद्वितीयाबाधयो रन्तरार्धकोटिच्छायया) आबाधयोर्योगार्धकोटिच्छायायाः (प्रथमद्वितीयाबाधयोर्योगार्धकोटिच्छायायाः) निष्पत्तिरिति स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः—

चापाजात्यगणितान्तर्गततृतीयसाध्यसाहाय्येन प्रथमाबाधाज्यया द्वितीयाबाधाज्यायाया निष्पत्तिः, सैव ध्रुवलग्नकोणच्छायया प्रहलग्नकोणच्छायाया निष्पत्ति—

$$\text{रित्यस्त्यतः } \frac{\text{प्रआज्या}}{\text{द्विआज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोस्प}}{\text{प्रकोस्प}} \text{ ।}$$

$$\text{अतः } \frac{\text{प्रआज्या}}{\text{द्विआज्या}} + १ = \frac{\text{ध्रुकोस्प}}{\text{प्रकोस्प}} + १ \text{ ।}$$

$$\text{अथवा } \frac{\text{प्रआज्या} + \text{द्विआज्या}}{\text{द्विआज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोस्प} + \text{प्रकोस्प}}{\text{प्रकोस्प}} = (१)$$

$$\text{एवं } \frac{\text{प्रआज्या}}{\text{द्विआज्या}} \backsim १ = \frac{\text{ध्रुकोस्प}}{\text{प्रकोस्प}} \backsim १,$$

$$\text{अथवा } \frac{\text{प्रआज्या} \backsim \text{द्विआज्या}}{\text{द्विआज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोस्प} \backsim \text{प्रकोस्प}}{\text{प्रकोस्प}} = (२)$$

द्वितीयस्वरूपे प्रथमेन स्वरूपेण विभाजिते—

$$\frac{\frac{\text{प्रआज्या} \backsim \text{द्विआज्या}}{\text{द्विआज्या}}}{\frac{\text{प्रआज्या} + \text{द्विआज्या}}{\text{द्विआज्या}}} = \frac{\frac{\text{ध्रुकोस्प} \backsim \text{प्रकोस्प}}{\text{प्रकोस्प}}}{\frac{\text{ध्रुकोस्प} \backsim \text{प्रकोस्प}}{\text{प्रकोस्प}}} =$$

$$\text{अतः }\frac{\text{प्रआज्या}\backsim\text{द्विआज्या}}{\text{प्रआज्या}+\text{द्विआज्या}}=$$

$$\frac{\text{ध्रुकोस्प}\backsim\text{प्रकोस्प}}{\text{ध्रुकोस्प}+\text{प्रकोस्प}}=(\text{३}),$$

परञ्च ज्योत्पत्तिप्रतिपादितयुक्त्या—

प्रआज्या $\backsim$ द्विआज्या =

$$\text{२ कोज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})\,.\,\text{ज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ}),$$

प्रआज्या + द्विआज्या =

$$\text{२ ज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})\,.\,\text{कोज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ}),$$

$$\text{ध्रुकोस्प}\backsim\text{प्रकोस्प}=\text{ज्या}(\text{ध्रुको}\backsim\text{प्रको})$$

$$\text{ध्रुकोस्प}+\text{प्रकोस्प}=\text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको})$$

एभिरुत्थापनेन (३) स्वरूपयुगलम्—

$$\frac{\text{२ कोज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})\,.\,\text{ज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}{\text{२ ज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})\,.\,\text{कोज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}=$$

$$\frac{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}\backsim\text{प्रको})}{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको})}=(\text{४})$$

$$\text{यतः }\frac{\dfrac{\text{ज्या}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}{\text{कोज्या}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}}{\dfrac{\text{ज्या}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}{\text{कोज्या}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}}=\frac{\text{स्प}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}{\text{स्प}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})},$$

$$\text{अतः }\frac{\text{स्प}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}{\text{स्प}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}=\frac{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}\backsim\text{प्रको})}{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको})}=(\text{५}),$$

अत्र चापाजात्याधारः = प्रआ + द्विआ ।

इत्युपपन्नम् ।

अथ बहिर्लम्बगणितम्—

पूर्वप्रतिपादिते चतुर्थ (४) सम्बन्धयुगले

$$\frac{\text{कोज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})\ \text{ज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}{\text{२ ज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})\ \text{कोज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}=\frac{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}\backsim\text{प्रको})}{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको})},$$

$$\text{यतः }\frac{\dfrac{\text{कोज्या}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}{\text{ज्या }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}}{\dfrac{\text{कोज्या}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}{\text{ज्या}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}}=\frac{\text{कोस्प}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}{\text{कोस्प}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})},$$

$$\text{अतः }\frac{\text{कोस्प}\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}{\text{कोस्प }\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{प्रआ}\backsim\text{द्विआ})}=\frac{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}\backsim\text{प्रको})}{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको})}=(\text{६})$$

अत उपपन्नम् ।

अत्र सूत्रम्—

आधारार्धभया निघ्नी कोणयोरन्तरज्यका ।
कोणयोर्योगजीवाऽऽबाऽऽबाधयोरन्तरार्धभा ॥
तस्याश्छायासु यच्चापं तेनाधारदलं किल ।
हीनं युतं भवेतां ते विषमत्रिभुजाबधे ॥
अन्तर्लम्बे क्रियैवं स्याद्बहिर्लम्बेऽथ कथ्यते ।
भूम्यर्धकोटिभानिघ्नो कोणयोरन्तरज्यका ॥
कोणसंयोगजीवाप्ताबाधयोर्योगखण्डजा ।
कोटिच्छायाऽथ तच्चापं छायासु खनवच्युतम् ॥
इदं भूम्यर्धयुक्तोनमाबाधे भवतः क्रमात् ।

अत्रोपपत्तिः—

अथात्र पञ्चमसम्बन्धयुगलम्—

$$\frac{\text{स्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})}{\text{स्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})} = \frac{\text{ज्या}(\text{ध्रुको} \backsim \text{प्रको})}{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको})}$$

इत्यस्त्यतः—

$$\text{स्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ}) \, . \, \text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको}) =$$
$$\text{ज्या}(\text{ध्रुको} \backsim \text{प्रको}) \, . \, \text{स्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ}),$$

$$\text{अतः स्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ}) = \frac{\text{स्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ}) \, . \, \text{ज्या}(\text{ध्रुको} \backsim \text{प्रको})}{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको})},$$

ततो ज्ञातया स्पर्शरेखयाऽनया स्पर्शरेखाद्वारा चापज्ञानसम्पादनयुक्तेः प्रथमाबाधा-द्वितीयाबाधयोरन्तरं विज्ञाय, आबाधयोर्योगज्ञानमाधारस्य द्युज्याचापांशरूपस्य ज्ञानाद-स्त्येवातः संक्रमणगणितेन पृथगाबाधयोर्ज्ञानं स्यादत उपपन्नमन्तर्लम्बीयसूत्रम् ।

बहिर्लम्बे तु षष्ठसम्बन्धयुगलम्—

$$\frac{\text{कोस्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ})}{\text{कोस्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ})} = \frac{\text{ज्या}(\text{ध्रुको} \backsim \text{प्रको})}{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको})},$$

$$\text{अतः कोस्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ}) \, . \, \text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको}) =$$
$$\text{कोस्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ}) \, . \, \text{ज्या}(\text{ध्रुको} \backsim \text{प्रको}),$$

$$\text{अतः कोस्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ}+\text{द्विआ}) = \frac{\text{कोस्प}\frac{1}{2}(\text{प्रआ} \backsim \text{द्विआ}) \, . \, \text{ज्या}(\text{ध्रुको} \backsim \text{प्रको})}{\text{ज्या}(\text{ध्रुको}+\text{प्रको})}$$

पूर्ववदस्याश्चापज्ञानेनाबाधयोर्योगज्ञानं स्यादाबाधान्तरज्ञानमस्त्येवाधारज्ञानादतः-संक्रमणगणितेन पृथगाबाधयोर्ज्ञानं भवेदत उपपन्नम् ।

सप्तमः साध्यः—

तत्र भुजयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः,

सैव तन्मध्यगतकोणार्धकोटिच्छायया आबाधासंमुखयोः
कोणयोरन्तरार्धच्छायाया निष्पत्तिरित्यन्तर्लम्बे,
बहिर्लम्बे तु आबाधासंमुखयोः कोणयोर्योगार्धच्छाया चतुर्थस्थाने बोध्या ॥

यथात्रकल्प्यते–नतांशादिभुजविशिष्ट पूर्वप्रतिपादितचापाजात्यत्रिभुजे भुजयोर्योगज्यया (प्रथमद्वितीयभुजयोर्योगज्यया) तदन्तरज्यायाः (प्रथमद्वितीयभुजयोरन्तरज्यायाः) या निष्पत्तिः,

सैव तन्मध्यगतकोणार्धकोटिच्छायया आबाधासम्मुखयोः कोणयोरन्तरार्धच्छायायाः (लम्बलग्नप्रथमद्वितीयकोणयोरन्तरार्धच्छायायाः) निष्पत्तिरित्यन्तर्लम्बे,

बहिर्लम्बे तु आबाधासम्मुखयोः कोणयोर्योगार्धच्छाया (लम्बलग्नप्रथमद्वितीयकोणयोर्योगार्धच्छाया) चतुर्थस्थाने बोध्या,

अर्थात्–प्रथमद्वितीयभुजयोर्योगज्यया तदन्तरज्याया या निष्पत्तिः,

सैव प्रथमद्वितीयभुजद्वयोत्पन्नकोणार्धकोटिच्छायया आबाधासम्मुखयोः कोणयोर्योगार्धच्छायाया निष्पत्तिरिति ।

अत्रापपत्तिः –

अथ चापाजात्यगणितान्तर्गतचतुर्थसाध्ययुक्त्या लम्बलग्नप्रथमकोणकोटिज्यया द्वितीयकोणकोटिज्याया या निष्पत्तिः, सैव द्वितीयभुजच्छायया प्रथमभुजच्छायाया निष्पत्तिरितिस्यादतः—

$$\frac{\text{प्रकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}} = \frac{\text{द्विभुछ्प}}{\text{प्रभुछ्प}} \text{ इति स्यादतः}$$

$$\frac{\text{प्रकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}} + १ = \frac{\text{द्विभुछ्प}}{\text{प्रभुछ्प}} + १, \text{ वा-}$$

$$\frac{\text{प्रकोकोज्या} + \text{द्विकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}} = \frac{\text{द्विभुछ्प} + \text{प्रभुछ्प}}{\text{प्रभुछ्प}} = (१)$$

$$\text{एवं } \frac{\text{प्रकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}} \backsim १ = \frac{\text{द्विभुछ्प}}{\text{प्रभुछ्प}} \backsim १,$$

$$\text{अतः } \frac{\text{प्रकोकोज्या} \backsim \text{द्विकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}} =$$

$$\frac{\text{द्विभुछ्प} \backsim \text{प्रभुछ्प}}{\text{प्रभुछ्प}} = (२)$$

प्रथमस्वरूपयुगलेन द्वितीयस्वरूपयुगले विभक्ते जातम्—

$$\frac{\dfrac{\text{प्रकोकोज्या} \backsim \text{द्विकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}}}{\dfrac{\text{प्रकोकोज्या} + \text{द्विकोकोज्या}}{\text{द्विकोकोज्या}}} =$$

$$= \cfrac{\cfrac{\text{द्विभुस्प} \backsim \text{प्रभुस्प}}{\text{प्रभुस्प}}}{\cfrac{\text{द्विभुस्प} + \text{प्रभुस्प}}{\text{प्रभुस्प}}}$$

$$= \frac{\text{प्रकोकोज्या} \backsim \text{द्विकोकोज्या}}{\text{प्रकोकोज्या} + \text{द्विकोकोज्या}}$$

$$= \frac{\text{द्विभुस्प} \backsim \text{प्रभुस्प}}{\text{द्विभुस्प} + \text{प्रभुस्प}} = (\text{३})$$

परश्चात्र ज्योत्पत्तिगणितेन—

$\text{प्रकोकोज्या} \backsim \text{द्विकोकोज्या} =$

$\text{२ ज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको}) \text{ ज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको}),$

$\text{प्रकोकोज्या} + \text{द्विकोकोज्या} =$

$\text{२ कोज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको}) \text{ कोज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको}),$

$\text{द्विभुस्प} \backsim \text{प्रभुस्प} = \text{ज्या} (\text{द्विभु} \backsim \text{प्रभु}),$

$\text{द्विभुस्प} + \text{प्रभुस्प} = \text{ज्या} (\text{द्विभु} + \text{प्रभु}),$

$$\text{अतः } \frac{\text{२ ज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको}) \,.\, \text{ज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}{\text{२ कोज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको}) \,.\, \text{कोज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}$$

$$= \frac{\text{ज्या} (\text{द्विभु} \backsim \text{प्रभु})}{\text{ज्या} (\text{द्विभु} + \text{प्रभु})} \text{ । परञ्च—}$$

$$\frac{\text{२ ज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको}) \,.\, \text{ज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}{\text{२ कोज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको}) \,.\, \text{कोज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})} = (\text{४}) =$$

$$= \cfrac{\cfrac{\text{ज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}{\text{कोज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}}{\cfrac{\text{कोज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको})}{\text{ज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको})}} =$$

$$\frac{\text{स्प } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}{\text{कोस्प } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको})}, \text{ इति स्यात्}$$

$$\text{अतः } \frac{\text{स्प } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}{\text{कोस्प } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको})} =$$

$$\frac{\text{ज्या} (\text{द्विभु} \backsim \text{प्रभु})}{\text{ज्या} (\text{द्विभु} + \text{प्रभु})} = (\text{५}), \text{ इत्युपपन्नमन्तर्लम्बे।}$$

$$\text{अथ चतुथस्वरूपं} = \frac{\text{ज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको}) \,.\, \text{ज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}{\text{कोज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} + \text{द्विको}) \,.\, \text{कोज्या } \tfrac{१}{२} (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}$$

$$= \frac{\dfrac{\text{ज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} + \text{द्विको})}{\text{कोज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} + \text{द्विको})}}{\dfrac{\text{कोज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}{\text{ज्या}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}}$$

$$= \frac{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} + \text{द्विको})}{\text{कोस्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}$$ इत्थं परिवर्त्यते—

तदा $$\frac{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} + \text{द्विको})}{\text{कोस्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}$$

$$\frac{\text{ज्या}\ (\text{प्रभु} \backsim \text{द्विभु})}{\text{ज्या}\ (\text{प्रभु} + \text{द्विभु})} = (६)$$ इत्युपपन्नं बहिर्लम्बे ।

अत्र सूत्रम्—

भुजयोरन्तरज्याघ्नी मध्यकोणार्धकोटिभा ।
भुजसंयोगजीवाप्ता कोणयोर्लम्बलग्नयोः ॥
अन्तरार्धभया छाया तस्याश्छायास्तु यद्धनुः ।
तेनोनयुङ्मध्यकोणः कोणौ तौ लम्बलग्नकौ ॥

अथ पञ्चमस्वरूपयुगलम्—

$$\frac{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})}{\text{कोस्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} + \text{द्विको})} = \frac{\text{ज्या}\ (\text{प्रभु} \backsim \text{द्विभु})}{\text{ज्या}\ (\text{प्रभु} + \text{द्विभु})}$$

अतः $\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको}) . \text{ज्या}\ (\text{द्विभु} + \text{प्रभु})$
$= \text{कोस्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} + \text{द्विको}) . \text{ज्या}\ (\text{द्विभु} \backsim \text{प्रभु})$

अतः $\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको}) =$

$$\frac{\text{कोस्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} + \text{दिको} . \text{ज्या}\ (\text{द्विभु} \backsim \text{प्रभु})}{\text{ज्या}\ (\text{द्विभु} + \text{प्रभु})},$$

अस्याः स्पर्शरेखायाः स्पर्शरेखाखण्डैश्चापज्ञानं विधेयं, कोणयोर्योगचापज्ञानं त्वस्त्येवातः- संक्रमणगणितेन पृथक् कोणौ ज्ञेयावित्यन्तर्लम्बे ।

बहिर्लम्बे षष्ठस्वरूपयुगलाभ्यां—

$$\frac{\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} + \text{द्विको})}{\text{कोस्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको})} = \frac{\text{ज्या}\ (\text{प्रभु} \backsim \text{द्विभु})}{\text{ज्या}\ (\text{प्रभु} + \text{द्विभु})}$$ आभ्यां

$\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} + \text{द्विको}) . \text{ज्या}\ (\text{प्रभु} + \text{द्विभु})$
$= \text{कोस्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको}) . \text{ज्या}\ (\text{प्रभु} \backsim \text{द्विभु})$ इति स्यादतः-

$\text{स्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} + \text{द्विको}) =$

$$\frac{\text{कोस्प}\ \frac{1}{2}\ (\text{प्रको} \backsim \text{द्विको}) . \text{ज्या}\ (\text{प्रभु} \backsim \text{द्विभु})}{\text{ज्या}\ (\text{प्रभु} +)\ \text{द्विभु})}$$

इति स्यादस्याः स्पर्शरेखातश्चापकरणप्रतिपादितयुक्त्या चापं ज्ञेयं, कोणयोरन्तरं त्वत्र भुजद्वयोत्पन्नकोणमानमेवातः संक्रमणगणितेन पृथक् कोणौ विज्ञेयावित्यत उपपन्नम् ।

अष्टमः साध्यः—

तत्र भुजज्ययोर्या निष्पत्तिः,
सैव तत्संमुखकोणज्ययोर्निष्पत्ति ॥

यथात्र कल्प्यते—लम्बांशनतांशध्रुज्याचापांशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापाजात्ये भुजज्ययोः (प्रथमद्वितीयभुजज्ययोः) या निष्पत्तिः,

सैव तत्सम्मुखकोणज्ययोः (ध्रुवलग्नग्रहलग्नकोणज्ययोः) निष्पत्तिर्भवेदिति ।

अत्रोपपत्तिः—

अथ नतांशकर्णे (प्रथमभुज) जनितचापजात्ये चापजात्यगणितान्तर्गतद्वितीयसाध्य प्रतिपादितयुक्त्या—प्रथमभुजज्यया त्रिज्याया यः सम्बन्धः—

स एव लम्बवृत्तीयचापज्यया ग्रहलग्नकोणज्यायाः सम्बन्धः स्यादतः—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{प्रभुज्या}} = \frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{लंवृज्या}} = (१) \text{ इति भवेत् ।}$$

एवं लम्बांशकर्णजनितचापजात्ये लम्बांशज्यया (द्वितीयभुजज्यया) त्रिज्याया यः सम्बन्धः—

स एव लम्बवृत्तीयचापज्यया ध्रुवलग्नकोणज्यायाः सम्बन्धः स्यादतः—

$$\frac{\text{त्रि}}{\text{द्विभुज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोज्या}}{\text{लंवृज्या}} = (२)$$

प्रथमस्वरूपयुगलेन द्वितीयस्वरूपयुगले विभक्ते—

$$\frac{\frac{\text{त्रि}}{\text{द्विभुज्या}}}{\frac{\text{त्रि}}{\text{प्रभुज्या}}} = \frac{\frac{\text{ध्रुकोज्या}}{\text{लंवृज्या}}}{\frac{\text{प्रकोज्या}}{\text{लंवृज्या}}} \text{ ।}$$

$$\text{अतः } \frac{\text{प्रभुज्या. त्रि}}{\text{द्विभुज्या. त्रि}} = \frac{\text{ध्रुकोज्या. लंवृज्या}}{\text{प्रकोज्या लंवृज्या}},$$

$$\text{अतः } \frac{\text{प्रभुज्या}}{\text{द्विभुज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोज्या}}{\text{प्रकोज्या}}, \text{ इत्युपपन्नम् ।}$$

अत्र सूत्रम्—

ज्ञातदोः संमुखी कोणजीवा तदज्ञातकोणस्य दोर्जीवया संगुणा ।
ज्ञातदोर्ज्याहृताऽज्ञातकोणज्यका स्यात् त्रिबाहौ सदा गोणपृष्ठोद्भवे ॥

अत्रोपपत्तिः—

$$\text{अथानन्तरसिद्धस्वरूपम्} = \frac{\text{प्रभुज्या}}{\text{द्विभुज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोज्या}}{\text{प्रकोज्या}}$$

$$\text{अतः प्रभुज्या. प्रकोज्या} = \text{द्विभुज्या. ध्रुकोज्या},$$

$$\text{अतः प्रकोज्या} = \frac{\text{द्विभुज्या. ध्रुकोज्या}}{\text{प्रभुज्या}} = (१)$$

$$\text{अथवा}\quad \text{ध्रुकोज्या} = \frac{\text{प्रभुज्या. प्रकोज्या}}{\text{द्विभुज्या}} \quad (२)$$

आभ्यां (१), (२), स्वरूपाभ्यामुपपन्नं सर्वम् ।

एतेन—

चापत्यस्रे किलैकस्य वाहोर्दोर्ज्यकया यदि ।
तत्संमुखस्य कोणस्य दोर्ज्यका लभ्यते तदा ॥
वाहोरन्यस्य दोर्मौर्व्या केति त्रैराशिकादिह ।
तद्दोःसंमुखकोणस्य दोर्ज्यका लभ्यते ध्रुवम् ॥

इति संशोधकोक्तमप्युपपद्यते ।

अथ कोणयोस्तथैककोणसम्मुखभुजस्य च ज्ञानाद्द्वितीयभुजानयनमाह—

एवमज्ञातदोः कोणजीवा यदा ज्ञातवाहोर्ज्यया संगुणा भाजिता ।
ज्ञातबाहोस्तु कोणज्यया स्याद्गुणो वाहुजोऽज्ञातकोणस्थितः संमुखः ॥

एवमज्ञात–इत्यादि । एवं = पूर्वप्रकारेण, यदा, अज्ञातदोःकोणजीवा = अज्ञातभुजसम्मुखकोणज्या, ज्ञातवाहोर्ज्यया, संगुणा=संगुणिता, ज्ञातबाहोः कोणज्यया = ज्ञातभुजसम्मुखकोणज्यया, भाजिता = भक्ता, तदा, अज्ञातकोणस्थितः सम्मुखः = अज्ञातकोणसम्मुखः, बाहुजः गुणः = भुजज्या, स्यात् ।

यथात्र कल्प्यते । नतांशलम्बांशक्रान्त्यंशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापाजात्ये ग्रहलग्नध्रुवलग्नकोणयोस्तथैककोणसम्मुखभुजस्य लम्बांशनतांशयोरन्यतरस्य च ज्ञानात्तदितरभुजानयनम् ।

अत्रोपपत्तिः—

$$\text{चापाजात्यगणितान्तर्गताष्टमीप्रतिज्ञया}\quad \frac{\text{प्रभुज्या}}{\text{द्विभुज्या}} = \frac{\text{ध्रुकोज्या}}{\text{प्रकोज्या}},$$

अतः प्रभुज्या. प्रकोज्या = द्विभुज्या. ध्रुकोज्या,

$$\text{अतः}\quad \text{प्रभुज्या} = \frac{\text{द्विभुज्या. ध्रुकोज्या}}{\text{प्रकोज्या}},$$ अस्याश्चापं प्रथमो भुजः स्यात् ।

यदि प्रथमभुजज्ञानं तदा—

$$\text{द्विभुज्या} = \frac{\text{प्रभुज्या. प्रकोज्या}}{\text{ध्रुकोज्या}},$$

अस्याश्चापं द्वितीयो भुजः स्यादत उपपन्नम् ।

अथ भुजयोस्तथैकभुजसम्मुखकोणस्य च ज्ञानात्तृतीयभुजानयनमाह—

कोणज्या लग्नदोर्ज्याघ्नी त्रिज्याप्ता लम्बशिञ्जिनी ।
भुजसम्बन्धिकोटिज्ये त्रिज्याघ्न्यौ लम्बजातया ॥
कोटिज्यया हृते लब्धयोश्चापयोरन्तरं युतिः ।
तृतीयभुजरूपा स्याद्विषमत्रिभुजाभिधे ॥

कोणज्येत्यादि । कोणज्या = ज्ञातकोणज्या, लग्नदोर्ज्याघ्नी = कोणलग्नदोर्ज्यया गुणिता, त्रिज्याप्ता=त्रिज्यया भाजिता, तदा लम्बशिञ्जिनी = लम्बज्या, भवेत् । भुजसम्ब-

न्धिकोटिज्ये = ज्ञातभुजयोःकोटिज्ये, त्रिज्याघ्नी = त्रिज्यया गुणिते लम्बजातया कोटिज्यया = लम्बकोटिज्यया, हृते = भाजिते, लब्ध्योः = पृथगागतयोर्लब्ध्योः, चापयोः, अन्तरं = बहिर्लम्बेऽन्तरं, युतिः = अन्तर्लम्बे युतिः कार्यस्तदा, विषमत्रिभुजाभिधे = विषमत्रिभुजे, तृतीयभुजरूपा स्यात् = तृतीयभुजमानं स्यात् ।

यथात्रकल्प्यते—लम्बांशनतांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ये लम्बांशनतांशयोस्तथैकभुजसम्मुखस्य ध्रुवलग्नकोणस्य च ज्ञानात्तृतीयभुजरूपद्युज्याचापांशज्ञानमभीष्टमिति ।

अत्रोपपत्तिः—

लम्बांशकर्णजचापजात्ये "कर्णज्याकोणजीवाघ्नी त्रिज्याभक्ता फलं भवेत् । कोणसम्मुखबाहुज्या चापजात्याभिधानके ॥" इति चापजात्यद्वितीय साध्यान्तर्गतप्रथमसूत्रेण—

लम्बवृत्तीयचापज्या = लंवृज्या $= \frac{\text{लंज्या} \times \text{ध्रुकोज्या}}{\text{त्रि}}$, एतच्चापं नवत्यंशाद्विशोध्य कोटयंशज्ञानं स्यात् ।

अथ "कर्णकोटिज्यका त्रिज्याघाते चैकभुजोत्थया । कोटिज्यया हृते लब्धं परदोःकोटिमौर्विका ॥" इति चापजात्यपञ्चमसाध्यान्तर्गतद्वितीयसूत्रेण—

लम्बांशकर्णजचापजात्ये लम्बं प्रथमभुजं द्वितीयभुजं द्वितीयाबधां प्रकल्प्य

जाता द्वितीयाबाधाकोटिज्या = द्विआकोज्या $= \frac{\text{लंकोज्या त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}}$ ।

एवं नतांशकर्णजचापजात्ये प्रथमभुजं लम्बमेवान्यन्नतांशं परिकल्प्य तेनैवसूत्रेण—

प्रथमाबाधाकोटिज्या = प्रआकोज्या $= \frac{\text{नज्या. त्रि}}{\text{लंवृकोज्या}}$ ।

द्वयोश्चापयोः कोट्यंशान्तरस्य चापान्तरसमत्वात् प्रथमाबाधाद्वितीयाबाधाकोटिचापयोरन्तरमाबाधान्तरसमानं जातमित्येव द्युज्याचापांशरूपतृतीयभुजमानं स्याद्बहिर्लम्बे ।

अन्तर्लम्बे तु पूर्वानीताबाधाकोटयंशयोर्योगः साशीतिशताद्विशोधनेन भूमानं स्यात् ।

अथ भुजद्वयतदन्तर्गतकोणयोर्ज्ञानात्तृतीयभुजानयनमाह—

कोणकोटिज्यका ज्ञातबाह्वोर्ज्याभ्यां हता हता ।
त्रिज्यावर्गेण बाह्वोस्तु कोटिज्याहतिरुद्धृता ॥
त्रिज्यया च तयोरैक्यं विवरं वाऽन्यबाहुजा ।
कोटिज्या स्याद्गोलपृष्ठसंभवे त्रिभुजे सदा ॥

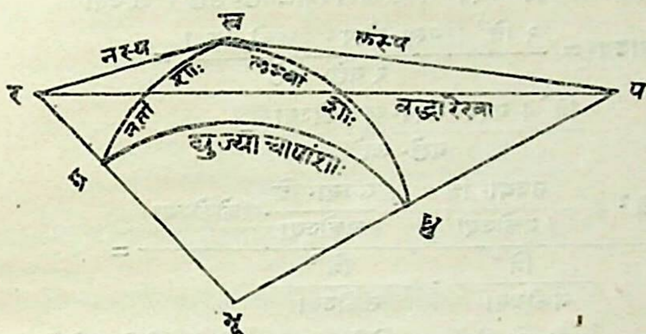
कोणकोटिज्यकेति । कोणकोटिज्यका = ज्ञातकोणकोटिज्या, ज्ञातबाह्वोः = ज्ञातभुजयोः, ज्याभ्यां = जीवाभ्यां, हता = गुणिता, त्रिज्यावर्गेण, हता = भक्ता, तु = पुनः, बाह्वोः कोटिज्याहतिः = भुजयोः कोटिज्ययोर्घातः, त्रिज्यया, उद्धृता = भक्ता, तयोः = पूर्वानीतपक्षयोः, ऐक्यं = योगः, वा, विवरं = अन्तरं कार्यम्,

तदा अन्यबाहुजा = अपरभुजजा, कोटिज्या, गोलपृष्ठसम्भवे = गोलपृष्ठोत्पन्ने, त्रिभुजे, सदा = सर्वदा, स्यात् = भवेत् ।

यथात्र कल्प्यते—नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापीयत्रिभुजे लम्बांशनतांशरूपयोर्भुजयोः, तदन्तर्गतस्य खमध्यलग्नकोणस्य च परिज्ञानात्तृतीयभुजस्य द्युज्याचापांशरूपस्य ज्ञानमिष्टमस्ति ।

क्षेत्रदर्शनम्—

ख = खमध्यस्थानम् , ध्रु = ध्रुवस्थानम् , ग्र = ग्रहस्थानम् , खग्र=नतांशाः=न, खध्रु=लम्बांशाः=लं, ग्रध्रु=द्युज्याचापांशाः=द्यु, खर=नतांशस्पर्शरेखा=नस्प, खप=लम्बांशस्पर्शरेखा=लंस्प, पर=बद्धारेखा=बरे, भूप=लम्बांशच्छेदनरेखा=लंछे, भूर=नतांशच्छेदनरेखा=नछे ।



अत्रोपपत्तिः—

खमध्यविन्दोर्नतांशलम्बांशयोः स्पर्शरेखे विधेये, गोलकेन्द्रात्समागतयोर्ग्रहगतध्रुवगतसूत्रयोः नतांशच्छेदनलम्बांशच्छेदनरूपयोः यत्र स्पर्शरेखे लग्ने तत्र क्रमेण र, प, विन्दू विधेयौ, रप, रेखा बद्धारेखाभिधेया च कार्या ।

एवं नतांशस्पर्शरेखालम्बांशस्पर्शरेखाबद्धारेखेत्यवयवत्रयात्मकसरलत्रिभुजे स्पर्शरेखाभ्यामुत्पन्नकोणो नतांशलम्बांशयोः सम्पाताभ्यामुत्पन्नकोणेन खमध्यलग्नेन समानः, ततः "भूसम्मुखास्रोद्भवकोटिशिञ्जिनी" इत्यादिविशेषोक्तप्रकारेण समायातो बद्धारेखावर्गः=

$$बरे^{2} = नस्प^{2} + लंस्प^{2} — \frac{नस्प. लंस्प. २ खमध्यलग्नकोणकोटिज्या,}{त्रि}$$

नतांशच्छेदनरेखालम्बांशच्छेदनरेखाबद्धारेखेति त्रिभिरुत्पन्नसरलत्रिभुजे नतांशच्छेदनलम्बांशच्छेदनरेखाभ्यामुत्पन्नकोणो द्युज्याचापांशसमानोऽतः—

$$बद्धारेखावर्ग = बरे^{2} = न छे^{2} + ल छे^{2} — \frac{न छे. ल छे. २ क्रोज्या}{त्रि}$$

$$अतः-नछे^{2} + लंछे^{2} — \frac{नछे\cdot लंछे\cdot २ क्रोज्या}{त्रि} =$$

$$नस्प^{2} + लस्प^{2} — \frac{नस्प\cdot लस्प\cdot २ खकोकोज्या}{त्रि}, \quad अतः$$

$$नछे^{2} + लंछे^{2} — (न^{2}स्प + लंस्प^{2}) =$$

$$\frac{\text{नछे}\cdot\text{लंछे}\cdot\text{२ क्रांज्या}}{\text{त्रि}}-\frac{\text{नस्प}\cdot\text{लंस्प}\cdot\text{२ खकोकोज्या}}{\text{त्रि}},$$

अथवा $\text{नछे}^{\text{२}}-\text{नस्प}^{\text{२}}+\text{लंछे}^{\text{२}}-\text{लस्प}^{\text{२}}=$

$$\frac{\text{नछे}\cdot\text{लंछे}\cdot\text{२ क्रांज्या}-\text{नस्प}\cdot\text{लंस्प}\cdot\text{२ खकोक्रोज्या}}{\text{त्रि}},$$

अथवा $\text{त्रि}^{\text{२}}+\text{त्रि}^{\text{२}}=\dfrac{\text{नछे}\cdot\text{लंछे}\cdot\text{२ क्रांज्या}-\text{नस्प}\cdot\text{लंस्प}\cdot\text{२ खकोकोज्या}}{\text{त्रि}}$

अथवा $\text{२ त्रि}^{\text{३}}=\text{नछे}\cdot\text{लंछे}\cdot\text{२ क्रांज्या}-\text{नस्प}\cdot\text{लंस्प}\ .\ \text{खकोकोज्या}$

अतः $\text{२ त्रि}^{\text{३}}+\text{नस्प}\cdot\text{लंस्प}\cdot\text{२ खकोक्रोज्या}=\text{नछे}\cdot\text{लंछे २ क्रांज्या}$

अतः $\text{क्रांज्या}=\dfrac{\text{२ त्रि}^{\text{३}}+\text{नस्प}\cdot\text{लंस्प}\cdot\text{२ खकोकोज्या}}{\text{२ नछे}\cdot\text{लंछे}}=$

$$\frac{\text{त्रि}^{\text{३}}+\text{नस्प}\cdot\text{लंस्प}\cdot\text{खकोकोज्या}}{\text{नछे}\cdot\text{लछे}}=$$

$$\frac{\text{त्रि}^{\text{३}}+\dfrac{\text{नज्या}\cdot\text{त्रि}}{\text{नकोज्या}}\cdot\dfrac{\text{लंज्या}\cdot\text{त्रि}}{\text{लंकोज्या}}\cdot\text{खकोकोज्या}}{\dfrac{\text{त्रि}^{\text{२}}}{\text{नकोज्या}}\cdot\dfrac{\text{त्रि}^{\text{२}}}{\text{लंकोज्या}}}=$$

$$\frac{\text{नकोज्या लंकोज्या}\cdot\text{त्रि}^{\text{३}}+\text{नज्या}\cdot\text{लंज्या}\cdot\text{त्रि}^{\text{२}}\cdot\text{खकोकोज्या}}{\text{त्रि}^{\text{४}}}=$$

$$\frac{\text{नकोज्या}\cdot\text{लंकोज्या}\cdot\text{त्रि}+\text{नज्या}\cdot\text{लंज्या}\cdot\text{खकोक्रोज्या}}{\text{त्रि}^{\text{२}}}$$

$$\frac{\text{नकोज्या}\cdot\ \text{लंकोज्या}}{\text{त्रि}}+\frac{\text{नज्या}\cdot\text{लंज्या}\cdot\text{खकोकोज्या}}{\text{त्रि}^{\text{२}}}=\text{क्रांज्या}$$

अस्याश्चापं नवत्यंशाद्विशोध्य शुज्याचापांशरूपतृतीयभुजज्ञानं स्यात् ।

यदि खस्वस्तिकलग्नकोणमानं नवत्यंशाधिकं तदा तस्य कोटिज्याया ऋणगतत्वात्तद्गुणिता द्वितीयलब्धिरपि—ऋणगता भवेदतस्तत्र प्रथमद्वितीयलब्ध्योरन्तरं तृतीयभुजकोटिज्यामानं स्यादत उपपन्नम् ।

अथ भुजत्रयज्ञानेनाभीष्टकोणज्ञानमाह—

भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोना कोटिज्ययोर्दोर्भवयोर्वधेन ।
त्रिज्यागुणा दोर्गुणघातभक्ता ज्या सात्र भूसंमुखकोणकोटेः ॥

भूकोटीति । भूकोटिजीवा = आधारकोटिज्या, त्रिगुणाहता=त्रिगुणया त्रिज्याया हता गुणिता, दोर्भवयोः = भुजोत्पन्नयोः, कोटिज्ययोः, बधेन=घातेन, ऊना=रहिता, त्रिज्यागुणा = पुनस्त्रिज्यया गुणिता, दोर्गुणघातभक्ता = भुजज्याघातेन भक्ता, सा=पूर्वानीता, अत्र=चापीयत्रिभुजे, भूसम्मुखकोणकोटेः=आधारसम्मुखकोणकोटेः, ज्या=जीवा स्यात् ॥

यथात्र कल्प्यते—नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयात्मकचापजात्ये भुजत्रयज्ञानात्कोणत्रयाणामन्यतमस्य खमध्यलग्नकोणस्य ज्ञानकरणमभीष्टमस्तीति ।

अत्रोपपत्तिः—.

अथ "कोणकोटिज्यका ज्ञातबाह्वोर्ज्याभ्या" मित्यादिना—

$$\text{क्रांज्या} = \frac{\text{नकोज्या. लंकोज्या}}{\text{त्रि}} + \frac{\text{नज्या. लंज्या. खकोकोज्या}}{\text{त्रि}^2}$$

$$\text{अतः क्रांज्या} - \frac{\text{नकोज्या. लंकोज्या}}{\text{त्रि}} = \frac{\text{नज्या. लंज्या. खकोकोज्या}}{\text{त्रि}^2},$$

अतः खकोकोज्या =

$$\frac{\text{त्रि}^2 \left(\text{क्रांज्या} - \frac{\text{न कोज्या. लंकोज्या}}{\text{त्रि}}\right)}{\text{नज्या. लंज्या}} = \frac{\text{त्रि (त्रि. क्रांज्या—नकोज्या. लंकोज्या)}}{\text{नज्या . लज्या}},$$

अस्याश्चापं नवत्यंशाद्विशोध्याभीष्टकोणमानं स्यादित्युपपन्नम् ।

एतेन—

त्रिज्यागुणाद्धरणिकोटिगुणाद्विहीना-
त्कोटिज्ययोर्भुजसमुत्थितयोर्वधेन ।
त्रिज्याहताच्च भुजयोर्गुणयोर्वधेन ।
लब्धं गुणो धरणिसम्मुखकोणकोटेः ॥

इति विशेषोक्तप्रकारोऽप्युपपद्यते ।

अथ पुनः प्रकारान्तरेण तदेवाह—

भुजयोर्योगविवरकोटिज्ये ये तयोरिह ।
योगार्धमाद्यसंज्ञं स्यादन्यस्तद्विवरार्धकम् ॥
भूकोटिज्याद्यविवरं त्रिज्याघ्नं चान्यभाजितम् ।
लब्धं भूसंमुखस्यात्र कोणकोटिज्यका मता ॥

भुजयोरिति । भुजयोः, योगविवरकोटिज्ये = योगान्तरकोटिज्ये, ये द्वे भवतः, इह= अत्र, तयो र्योगार्धं, आद्यसंज्ञं स्यात् ।

तत = तयोः, विवरार्धकम् = अन्तरार्धकम् , अन्यः = अन्यसंज्ञः, स्यात् ।

भूकोटिज्याद्यविवरं = आधारकोटिज्याद्ययोरन्तरं, त्रिज्याघ्नं = त्रिज्यया गुणितं, अन्यभाजितं = अन्येन भाजितं, लब्धं, अत्र = अभीष्टत्रिभुजे, भूसम्मुखस्य = आधार-सम्मुखस्य, कोणकोटिज्यका, मता = इति स्वीकृता ।

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वप्रतिपादितेन सूत्रेण—

$$\text{खकोकोज्या} = \frac{\text{त्रि (त्रि. क्रांज्या—नकोज्या. लंकोज्या)}}{\text{नज्या. लंज्या}} =$$

$$\frac{\text{त्रि}.\left(\text{क्रांज्या}-\frac{\text{नकोज्या}.\ \text{लंकोज्या}}{\text{त्रि}}\right)}{\frac{\text{नज्या}.\ \text{लंज्या}}{\text{त्रि}}},$$

परन्तु सरलत्रिकोणमितिगणितेन—

$$\text{कोज्या}\ (\text{न}+\text{लं})+\text{कोज्या}\ (\text{न}\backsim\text{लं})=\frac{२\text{नकोज्या}\cdot\text{लंकोज्या}}{\text{त्रि}}\ ।$$

$$\text{अतः}-\frac{\text{कोज्या}\ (\text{न}+\text{लं})+\text{कोज्या}\ (\text{न}\backsim\text{लं})}{२}=$$

$$\frac{\text{नकोज्या}\cdot\text{लंकोज्या}}{\text{त्रि}}=(१)$$

$$\text{तथा कोज्या}\ (\text{न}+\text{लं})-\text{कोज्या}\ (\text{न}\backsim\text{लं})=\frac{२\ \text{नज्या}\ .\ \text{लंज्या}}{\text{त्रि}}\ ।$$

$$\text{अतः}\ \frac{\text{कोज्या}\ (\text{न}+\text{लं})-\text{कोज्या}\ (\text{न}\backsim\text{लं})}{२}=$$

$$\frac{\text{नज्या}.\ \text{लंज्या}}{\text{त्रि}}=(२)$$

(१) (२) आभ्यामुत्थापनेन—

खकोकोज्या =

$$\frac{\text{त्रि}\left\{\text{क्रांज्या}-\frac{\text{कोज्या}\ (\text{न}+\text{लं})+\text{कोज्या}\ (\text{न}\backsim\text{लं})}{२}\right\}}{\frac{\text{कोज्या}\ (\text{न}+\text{लं})-\text{कोज्या}\ (\text{न}\backsim\text{लं})}{२}}$$

$$\frac{\text{त्रि}\ (\text{क्रांज्या}-\text{आद्य})}{\text{अन्य}},$$

इत्युपपन्नम् ।

अथ भुजत्रयज्ञानाद्भुजसंलग्नकोणार्धज्ञानमाह—

भुजैलैक्यखण्डं द्विधोनं भुजाभ्यां हतिस्तज्ज्ययोस्त्रिज्यकावर्गनिघ्नी ।
भुजज्योत्थघातेन भक्ताऽथ तस्याः पदं बाहुसंलग्नकोणार्धजीवा ॥

भुजेलैक्येति । भुजेलैक्यखण्डं = भुजौ च इला च भुजैलास्तासां ऐक्यखण्डं=योगार्धखण्डं, द्विधा=द्विः स्थाप्यं, भुजाभ्यां=प्रथमद्वितीयभुजाभ्यां, ऊनं = क्रमेण रहितं कार्यम् , तज्ज्ययोः, हतिः = घातः, त्रिज्यकावर्गनिघ्नी = त्रिज्यावर्गेण गुणिता, भुजज्योत्थघातेन= भुजद्वयघातेन, भक्ता, अथ=अनन्तरं, तस्याः, पदं = मूलं ग्राह्यं, तदा बाहुसंलग्नकोणार्धजीवा=भुजलग्नकोणार्धज्या स्यात् ।

यथात्र कल्प्यते—नतांशलम्बांशधुज्याचापांशेत्यवयवत्रयात्मकचापत्रिभुजे नतांश-

लम्बांशौ भुजौ द्युज्याचापांशमितमाधारं प्रकल्प्य, आधारसंमुखकोणार्धस्य (खमध्यलग्नस्य) ज्ञानं कर्तव्यमस्ति ।

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वप्रतिपादित "भूकोटिजीवा त्रिगुणाहतोना कोटिज्ययो" रित्यादिसूत्रेण—

$$\text{खमध्यलग्नकोणकोटिज्या} = \text{खकोकोज्या} = \frac{\text{त्रि}(\text{त्रि}.\ \text{क्रांज्या} - \text{नकोज्या}.\ \text{लंकोज्या})}{\text{नज्या}.\ \text{लंज्या}}$$

अतः खकोउज्या =

$$\text{त्रि} - \frac{\text{त्रि}(\text{त्रि}.\ \text{क्रांज्या} - \text{नकोज्या}.\ \text{लंकोज्या})}{\text{नज्या}.\ \text{लंज्या}}$$

ततः—

त्रिज्योत्क्रमज्यानिहतेर्दलस्य मूलं तदर्धांशकशिञ्जिनी स्यात् ॥

इति त्रैकोणमितिकसूत्रेण—

$$\text{खमध्यलग्नकोणदलज्यावर्गः} = \text{खकोदज्या}^2 =$$

$$\frac{\text{त्रि}\left\{\text{त्रि} - \frac{\text{त्रि}(\text{त्रि}.\ \text{क्रांज्या} - \text{नकोज्या}.\ \text{लंकोज्या})}{\text{नज्या}.\ \text{लंज्या}}\right\}}{2} =$$

$$\frac{\text{त्रि}(\text{त्रि}.\ \text{नज्या}.\ \text{लंज्या} - \text{त्रि}.^2\ \text{क्रांज्या} - \text{त्रि}\ \text{नकोज्या}.\ \text{लंकोज्या})}{2\text{नज्या}.\ \text{लंज्या}}$$

$$\frac{\text{त्रि}^2(\text{नज्या}.\ \text{लंज्या} - \text{त्रि}.\ \text{क्रांज्या} + \text{नकोज्या}.\ \text{लंकोज्या})}{2\ \text{नज्या}.\ \text{लंज्या}} =$$

$$\frac{\text{त्रि}^2\left\{(\text{नज्या}.\ \text{लंज्या} + \text{नकोज्या}.\ \text{लंकोज्या}) - \text{त्रि}\cdot\text{क्रांज्या}\right\}}{2\ \text{नज्या}.\ \text{लंज्या}} = (\text{क})$$

परन्तु सरलत्रिकोणमित्या—

$$\frac{\text{नज्या}.\ \text{लंज्या} + \text{नकोज्या}.\text{लंकोज्या}}{\text{त्रि}} = \text{कोज्या}\ (\text{न} \backsim \text{लं})\text{।}$$

तस्मात् (नज्या. लंज्या + नकोज्या. लंकोज्या = त्रि. कोज्या (न ∽ लं) ।

$$\text{अतः खकोदज्या}^2 = \frac{\text{त्रि}^2\ (\text{त्रि}\cdot\text{कोज्या}\ (\text{न} \backsim \text{लं}) - \text{त्रि}.\ \text{क्रांज्या})}{2\ \text{नज्या}.\ \text{लंज्या}}$$

$$= \frac{\text{त्रि}^3\left\{\text{कोज्या}\ (\text{न} \backsim \text{लं}) - \text{क्रांज्या}\right\}}{2\ \text{नज्या}\circ\ \text{लंज्या}}$$

$$\frac{\text{त्रि}^3\left\{\text{कोज्या}\ (\text{न} \backsim \text{लं}) - \text{द्युकोज्या}\right\}}{2\ \text{नज्या}.\ \text{लंज्या}} = (1)$$

परन्तु सरलत्रैकोणमितिकद्वाविंश तितमप्रक्रमेण—

$\text{कोज्या} (\text{न} \sim \text{लं}) - \text{द्युकोज्या} =$

$$\frac{2\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2} (\text{द्यु} + \text{न} - \text{लं}) \cdot \text{ज्या}\ \frac{1}{2} (\text{लं} + \text{द्यु} - \text{न})}{\text{त्रि}} \text{।}$$

$$\text{अतः खकोदज्या}^2 =$$

$$\frac{\text{त्रि}^2 \left\{ 2\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2} (\text{द्यु} + \text{न} - \text{लं})\ \text{ज्या}\ \frac{1}{2} (\text{लं} + \text{द्यु} - \text{न}) \right\}}{2 \cdot \text{त्रि नज्या} \cdot \text{लंज्या}}$$

$$= \frac{\text{त्रि}^2 \left\{ \text{ज्या}\ \frac{1}{2} (\text{द्यु} + \text{न} - \text{लं}) \cdot \text{ज्या}\ \frac{1}{2} (\text{लं} + \text{द्यु} - \text{न}) \right\}}{\text{नज्या} \cdot \text{लंज्या}}$$

$$= \frac{\text{त्रि}^2 \left\{ \text{ज्या}\ \frac{1}{2} (\text{द्यु} + \text{न} - \text{लं} + \text{लं} - \text{लं}) \cdot \text{ज्या}\ \frac{1}{2} (\text{लं} + \text{द्यु} - \text{न} + \text{न} - \text{न}) \right\}}{\text{नज्या} \cdot \text{लंज्या}}$$

$$= \frac{\text{त्रि}^2 \left\{ \text{ज्या}\ \frac{1}{2} (\text{द्यु} + \text{न} + \text{लं} - 2\ \text{लं}) \cdot \text{ज्या}\ \frac{1}{2} (\text{लं} + \text{द्यु} + \text{न} - 2\ \text{न}) \right\}}{\text{नज्या} \cdot \text{लंज्या}}$$

$$= \frac{\text{त्रि}^2 \left\{ \text{ज्या} \left(\frac{\text{द्यु} + \text{न} + \text{लं}}{2} - \text{लं} \right) \cdot \text{ज्या} \left(\frac{\text{लं} + \text{द्यु} + \text{न}}{2} - \text{न} \right) \right\}}{\text{नज्या} \cdot \text{लंज्या}}$$

$$= \frac{\text{त्रि}^2 \left\{ \text{ज्या}\ (\text{योगदल} - \text{लं}) \cdot \text{ज्या}\ (\text{योगदल} - \text{न}) \right\}}{\text{नज्या} \cdot \text{लंज्या}}$$

अतः—

$$\text{खकोदज्या} = \sqrt{\frac{\text{त्रि}^2 \left\{ \text{ज्या}\ (\text{योद} - \text{लं}) \cdot \text{ज्या}\ (\text{योद} - \text{न}) \right\}}{\text{नज्या} \cdot \text{लंज्या}}}$$

इत्युपपन्नम् ।

अत्र संशोधकोक्तप्रकारः—

बाहुद्वयान्तरजकोटिगुणात्कुकोटी—
जीवोनितात्त्रिगुणवर्गगुणाच्च बाह्वोः ।
मौर्व्योर्वधेन फलमुत्क्रमशिञ्जिनी स्या—
च्चापत्रिबाहुनि कुसम्मुखकोणजाता ॥

अत्रोपपत्तिः—

"भूजैलैक्यखण्ड" मित्यादिसूत्रोपपत्तौ-खकोदज्या—

$$= \frac{\text{त्रि}^{2}\left\{ \text{कोज्या (न} \backsim \text{लं)-क्रांज्या} \right\}}{\text{२ नज्या · लंज्या}}$$

परञ्च सरलत्रिकोणमित्या—

$$\text{खकोदज्या}^{2} = \frac{\text{त्रि}^{2}\text{–त्रि · खकोकोज्या}}{\text{२}} = \frac{\text{त्रि (त्रि–खकोकोज्या)}}{\text{२}}$$

$$\text{अतः } \frac{\text{खकोदज्या}^{2}\text{ · २}}{\text{त्रि}} = \text{त्रि -खकोकोज्या=खकोउज्या}$$

$$\text{अतः खकोउज्या} = \text{त्रि}^{2}\left\{ \frac{\text{कोज्या (न} \backsim \text{लं)–क्रांज्या,}}{\text{नज्या · लंज्या}} \right\}$$

इत्युपपद्यते ।

अथ भुजत्रयज्ञाने भूसम्मुखकोणदलकोटिज्ञानमाह—

भूबाहुयोगदलमत्र परः स कूनस्तज्ज्यागुणः परगुणस्त्रिगुणस्य कृत्या ।
निघ्नःसदोर्गुणविघातहृतोऽस्य मूलंदोर्लग्नकोणदलकोटिरिहास्य चापम् ॥

भूबाहुयोगदलेति । अत्र, भूबाहुयोगदलं = भूश्च बाहू च भूबाहवस्तेषां योगदलं योगार्धं, परः=परसंज्ञः कल्प्यः । स=परः, कूनः=कुना आधारेण ऊनः कार्यः, तज्ज्या-गुणः=तत्तस्य ज्यया जीवया गुणः गुणितः, परगुणः=परज्या, त्रिगुणस्य=त्रिज्यायाः, कृत्या=वर्गेण, स निघ्नः=पुनः स गुणितः, दोर्गुणविघातहृतः=दोर्गुणयोर्भुजज्ययो-र्विघातेन घातेन हृतः भक्तः, अस्य=पूर्वानीतस्वरूपस्य मूलं=पदं ग्राह्यम् , अस्य= ततः पूर्वानीतमूलस्य, चापं विधेयम् , तदा इह=चापत्रिभुजे, दोर्लग्नकोणदलकोटिः=भु-जसंलग्नकोणार्धकोटिः स्यात् ।

यथात्र कल्प्यते-नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयात्मकचापत्रिभुजे नतांशल-म्बांशौ भुजौ द्युज्याचापांशसमानमाधारं परिकल्प्याधारसंम्मुखकोणार्धकोटेः (खमध्य-लग्नकोणार्धकोटेः) ज्ञानमभीष्टमस्ति ।

अत्रोपपत्तिः—

"भुजैलैक्यखण्डं द्विधोनं जाभ्या" मित्यादिपूर्वप्रतिपादितसूत्रेण (क) स्वरूपम् ।

$$\text{खकोदज्या}^{2} = \frac{\text{त्रि}^{2}\left\{ \text{(नज्या. लंज्या + नकोज्या. लकोज्या)–त्रि. क्रांज्या} \right\}}{\text{२ नज्या. लंज्या}}$$

अतः खमध्यलग्नकोणदलकोटिज्या^{2} = खकोदकोज्या^{2} =

त्रि^{2}—खकोदज्या^{2} =

$$\text{त्रि}^{\text{२}} - \frac{\text{त्र}^{\text{२}} \left\{ (\text{नज्या. लंज्या} + \text{नकोज्या. लंकोज्या} - \text{त्रि. क्रांज्या} \right\}}{\text{२ नज्या. लंज्या}}$$

$$\frac{\text{२त्रि}^{\text{२}}\text{.नज्या. लंज्या} - \text{त्रि}^{\text{२}}\text{नज्या. लंज्या} - \text{त्रि.}^{\text{२}}\text{नकोज्या. लंकोज्या} + \text{त्रि.}^{\text{३}}\text{क्रांज्या}}{\text{२ नज्या. लंज्या}} =$$

$$\frac{\text{त्रि.}^{\text{२}}\text{ नज्या. लंज्या} - \text{त्रि.}^{\text{२}}\text{ नकोज्या.लंकोज्या} + \text{त्रि.}^{\text{३}}\text{ क्रांज्या}}{\text{२ नज्या. लंज्या}} =$$

$$\frac{\text{त्रि.}^{\text{३}}\text{ क्रांज्या} - \text{त्रि}^{\text{२}} (\text{नकोज्या. लंकोज्या} - \text{नज्या. लंज्या})}{\text{२ नज्या. लंज्या}} =$$

यतः सरलत्रिकोणमितेर्द्वितीयाध्यायस्य (१६) प्रक्रमेण—

$$\text{कोज्या} (\text{न} + \text{लं}) = \frac{\text{नकोज्या . लंकोज्या} - \text{नज्या. लज्या}}{\text{त्रि}},$$

$$\text{अतः त्रि. कोज्या} (\text{न} + \text{लं}) = \text{नकोज्या. लंकोज्या} - \text{नज्या.लंज्या}$$

तस्मात्—

$$\text{खकोदकोज्या}^{\text{२}} = \frac{\text{त्रि}^{\text{३}} \left\{ \text{क्रांज्या} - \text{कोज्या} (\text{न} + \text{लं}) \right\}}{\text{२ नज्या. लंज्या}} =$$

$$\frac{\text{त्रि}^{\text{३}} \left\{ \text{द्युकोज्या} - \text{कोज्या} (\text{न} + \text{लं}) \right\}}{\text{२ नज्या. लंज्या}}$$

परन्तु सरलत्रिकोणमितौ द्वितीयाध्यायस्यैकविंशतितमप्रक्रमोक्तप्रतिपादितयुक्त्या—

$$\text{द्युकोज्या} - \text{कोज्या} (\text{न} + \text{लं}) = \frac{\text{२ ज्या } \tfrac{\text{१}}{\text{२}} (\text{न} + \text{लं} + \text{द्यु}) \text{. ज्या } \tfrac{\text{१}}{\text{२}} (\text{न} + \text{लं} - \text{द्यु})}{\text{त्रि}}, \text{इति भवत्यतः}$$

$$\text{खकोदकोज्या}^{\text{२}} =$$

$$\frac{\text{त्रि}^{\text{३}} \left\{ \text{२ ज्या } \tfrac{\text{१}}{\text{२}} (\text{न} + \text{लं} + \text{द्यु}) \cdot \text{ज्या } \tfrac{\text{१}}{\text{२}} (\text{न} + \text{लं} - \text{द्यु}) \right\}}{\text{२ नज्या. लंज्या. त्रि}} =$$

$$\frac{\text{त्रि}^{\text{२}} \left\{ \text{ज्या} \tfrac{\text{१}}{\text{२}} (\text{न} + \text{लं} + \text{द्यु}) \text{ . ज्या} \tfrac{\text{१}}{\text{२}} (\text{न} + \text{लं} - \text{द्यु}) \right\}}{\text{नज्या. लज्या}} =$$

$$\frac{\text{त्रि}^{\text{२}} \left\{ \text{ज्या} \tfrac{\text{१}}{\text{२}} (\text{न} + \text{लं} + \text{द्यु}) \cdot \text{ज्या} \tfrac{\text{१}}{\text{२}} (\text{न} + \text{लं} - \text{द्यु} + \text{द्यु} - \text{द्यु}) \right\}}{\text{नज्या. लंज्या}} =$$

$$\frac{\text{त्रि}^2 \left\{ \text{ज्या } \frac{1}{2} (\text{न} + \text{लं} + \text{द्यु}) \,.\, \text{ज्या } \frac{1}{2} (\text{न} + \text{लं} + \text{द्यु} - 2\text{द्यु}) \right\}}{\text{नज्या}\circ \text{ लंज्या}} =$$

अत्र यदि $\frac{1}{2}$ $(\text{न} + \text{लं} + \text{द्यु}) = \frac{\text{न} + \text{लं} + \text{द्यु}}{2} = $ परः $=$ प, तदा—

$$\text{खकोदकोज्या}^2 = \frac{\left\{ \text{त्रि}^2 \text{ ज्याप}\circ \text{ ज्या } (\text{प} - \text{द्यु}) \right\}}{\text{नज्या . लंज्या}},$$

अतः खकोदकोज्या $=$

$$\sqrt{\frac{\left\{ \text{त्रि}^2 \text{ ज्याप . ज्या } (\text{प} - \text{द्यु}) \right\}}{\text{नज्या . लंज्या}}}$$

अस्याश्चापंभूसंमुखकोणदलकोटिः स्यात्—इत्युपपन्नम् ।

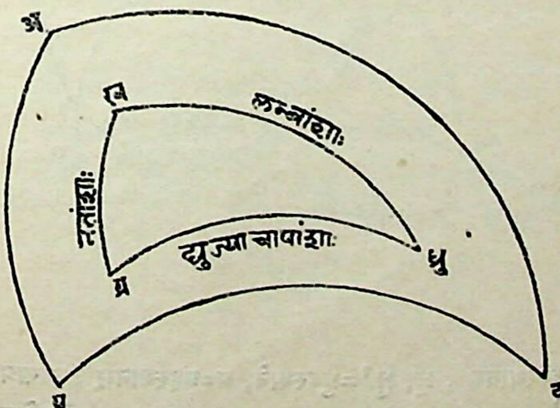
अथ कोणत्रयज्ञानेन भुजत्रयज्ञानमाह—

स्वस्वकोणोनभार्धांशतुल्यैर्भुजैर्यस्त्रिबाहुः परस्तस्य कोणत्रयम् ।
प्रोक्तरीत्या प्रसाध्यं तदूना लवाः खाष्टचन्द्रा अभीष्टा भुजास्ते मताः ॥

स्वस्वकोणोनेति । स्वस्वकोणोनभार्धांशतुल्यैः=स्वस्वकोणोन भार्धांशास्तैस्तुल्या इति स्वस्वकोणोनभार्धांशतुल्यास्तैः, भुजैः=बाहुभिः, यः परः=अन्यः, त्रिबाहुः=त्रिभुजः तस्य, कोणत्रयं, प्रोक्तरीत्या=पूर्वोक्तरीत्या("भूकोटिजीवा त्रिगुणा हतोना" इत्यादि सूत्रेण), प्रसाध्यम् , तदूनाः = तैः कोणैरूनाः, खाष्टचन्द्राः=भार्धसमाः, लवाः=अंशाः, ते, अभीष्टाः भुजाः, मताः=स्वीकृताः भवन्ति ।

यथात्र कल्प्यते—नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशैत्यवयवत्रयात्मकचापीयत्रिभुजे कोणत्रयज्ञानाद् भुजत्रयज्ञानमभीष्टमस्ति ।

क्षेत्रदर्शनम्—



अत्रोपपत्तिः—

अथ ख, ध्रु, ग्र, विन्दुभ्यः नवत्यंशैः क्रमेण पट, अप, अट, वृत्तानि क्षितिजनाडी ग्रहक्षितिजाभिधानि कार्याणि तदोत्पन्न (अपट) चापीयद्वितीयत्रिभुजस्य गोलीयरेखागणितैकादशक्षेत्रेण—

प्रथमो भुजः=प्रभु=अट=१८०–ग्रको,

द्वितीयोभुजः=द्विभु = अप=१८०–ध्रुको,

तृतीयो भुजः = तृभु=पट=१८०–खको ।

एवं द्वितीयत्रिभुजे (अपट, त्रिभुजे) भुजत्रयज्ञानं जातम् ।

ततो भुजत्रयज्ञानात् "भुकोटिजीवा त्रिगुणा हृतोना" इत्यादिप्रकारेण कोणत्रय–(<अपट, <अटप, <पअट) ज्ञानं कार्यम् ।

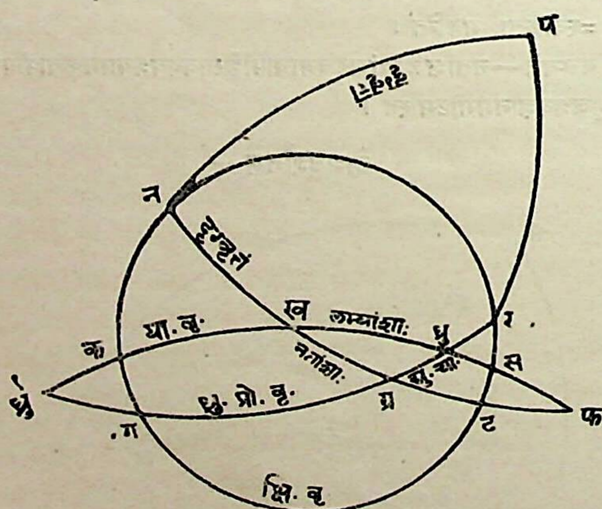
ततो द्वितीयत्रिभुजकोणत्रयेानभार्धांशाः प्रथमत्रिभुजभुजाः स्युरित्युपपन्नम् ।

अथ चापीयत्रिभुजफलानयनमाह—

निखिलकोणयुतिर्भदलोनिता परिधिखण्डगुणा त्रिगुणाहृता ।
खधृतिहृच्च फलं त्रिभुजे फलं भवति गोलजपृष्ठगते सदा ॥

निखिलकोणेति । निखिलकोणयुतिः = निखिलानां सर्वेषां कोणानां युतिः , भदलोनिता = भदलेनाशीत्यधिकशतांशेन ऊनिता रहिता, परिधिखण्डगुणा=परिध्यर्धेन गुणिता, त्रिगुणाहृता = त्रिगुणेन त्रिज्यया आऽहता गुणिता, खधृतिहृत्=अशीत्यधिकशतेन हृद्भक्ता, तदा गोलजपृष्ठगते=गोलपृष्ठस्थे, त्रिभुजे = चापीयत्रिभुजे, सदा = सर्वदा, फलं भवति ।

क्षेत्रदर्शनम्—



ख = खमध्यस्थानम् , ध्रु, ध्रु' =ध्रुवस्थाने, ग्र=ग्रहस्थानम् , नखग्रटफ=ग्रहोपरिगत दृग्वृत्तम् , ध्रु'कखध्रुफ = याम्योत्तरवृत्तम् , ध्रुगग्रध्रु' = ग्रहोपरिगतध्रुवप्रोतवृत्तम् ,

टगकनरस = क्षितिजवृत्तम् , खध्रुग्र = प्रथमकोणमानम्=प्रको, <खग्रध्रु = द्वितीयकोणमानम् = द्विको, <ध्रुखग्र = तृतीयकोणमानम् = तृको, इत्थं सम्पादितक्षेत्ररचनयासमुत्पन्नस्य खग्रध्रु इत्याकारकस्य नतांशलम्बांशद्युज्याचापांशेत्यवयवत्रयविशिष्टचापाजात्यस्य फलानयनं विधेयमस्ति ।

अत्रोपपत्तिः—

चापीयत्रिभुजस्यास्य द्वाभ्यां द्वाभ्यां भुजाभ्यां वप्रक्षेत्रत्रयं समुत्पन्नम् , यत्रैकं = ध्रु [1] गग्रध्रुखक, द्वितीयं = ग्रखनपरध्रु, तृतीयं = खसफटग्र, इत्यस्ति

अथ भांशैर्गोलपृष्ठफलं लभ्यते तदा प्रथमकोणेन किमिति–

$$\text{प्रथमवप्रक्षेत्रफलम्} = \frac{\text{गोपृफ} \times \text{प्रको}}{३६०},$$

$$\text{एवं द्वितीयवप्रक्षेत्रफलम्} = \frac{\text{गोपृफ} \times \text{द्विको}}{३६०},$$

$$\text{तथा तृतीयवप्रक्षेत्रफलम्} = \frac{\text{गोपृफ} \times \text{तृको}}{३६०},$$

एषां योगे वप्रत्रयफलयोगः =

$$\frac{\text{गोपृफ. प्रको}}{३६०} + \frac{\text{गोपृफ. द्विको}}{३६०} + \frac{\text{गोपृफ. तृको}}{३६०}$$

$$= \frac{\text{गोपृफ} \times \text{कोणानांयोगः}}{३६०} \text{ ।}$$

परमत्र ध्रु [1] गक चापीयत्रिभुजं ध्रुसर चापीयत्रिभुजेन, गग्रट चापीयत्रिभुजं पनर चापीयत्रिभुजेन, फसट चापीयत्रिभुजं खकन, चापीयत्रिभुजेन समानत्वाद्वप्रत्रयेऽप्यभीष्टत्रिभुजफलसमागतत्वाद्वप्रक्षेत्रत्रयफलयोगो द्विगुणेष्टत्रिभुजफलसमान्वतगोलार्धपृष्ठफलेन समानः सिद्धोऽतो वप्रक्षेत्रत्रयफलयोगः =

गोलदलफलं + २ अभीष्टत्रिभुजफलं =

$$\text{गोदफ} + २\text{त्रिभुफ} = \frac{\text{गोपृफ. कोयो}}{३६०},$$

$$\text{अतः } २\text{त्रिभुफ} = \frac{\text{गोपृफ. कोयो}}{३६०} - \text{गोदफ}$$

$$\text{अतः त्रिभुफ} = \frac{\text{गोपृफ कोयो}}{२ \times ३६०} - \frac{\text{गोदफ}}{२},$$

यतः गोपृफ = परिधिः × व्यासः = प.व्या = प.२त्रि ।

अतः गोदफ = प.त्रि ।

$$\text{अतः त्रिभुफ} = \frac{\text{प. २त्रि} \times \text{कोयो}}{२ \times ३६०} - \frac{\text{प. त्रि}}{२} =$$

$$\frac{\text{प. त्रि. कोयो}}{३६०} - \frac{\text{प. त्रि}}{२} = \frac{\text{प. त्रि. कोयो}}{२ \times १८०} - \frac{\text{प. त्रि}}{२}$$

$$=\frac{\text{प. त्रि. कोयो—प. त्रि. १८०}}{२\times१८०}=$$

$$\frac{\frac{\text{प. त्रि}}{२}(\text{कोयो}-१८०)}{१८०}=\frac{\text{त्रि.}\frac{\text{प}}{२}(\text{कोयो}-१८०)}{१८०}=$$

त्रिभुजफलमित्युपपन्नम् ।

सुविदित "दरभङ्गा"ख्ये प्रान्ते पत्रालये "बहेड़ा" ख्ये ।
"जरिसो" नाम्ना ख्यातं नगरं भूदेवावलिसंवलितम् ॥
अकरोत्तत्र निवासी श्रीमद्बलदेवशर्म्मणस्तनयः ।
श्रीलाच्युतादिनन्दो वासनयानेकया युक्तम् ॥
ज्यौतिषशास्त्रे काशीस्थायामुत्तीर्य राजकीयायाम् ।
प्रतिखण्डं प्रथमायां श्रेण्यामाचार्यपाश्चिमं खण्डम् ॥
सर्वप्रथमायां तल्लब्धो "रीपन्" सुहेमपदकञ्च ।
अथ लब्धश्च विहारे ज्यौतिषसाहित्यशास्त्रयोर्मध्ये ॥
आचार्यस्य च पदवीं पोष्टाचार्याभिधानिकां काश्याम् ।
साम्प्रतमन्ते वसतोऽमुष्यामेवानुशास्मि भूयिष्ठम् ॥
"श्रीरामसाधु" संज्ञकसंस्कृतविद्यलये विद्वन् ? ।
इत्येवास्त्यस्माकं संस्तवज्ञानोत्कसंस्तवः कश्चित् ॥

मन्त्रः क्रोधभुजङ्गमस्य सवयः सत्यस्य शत्रुः कले-
राधारः शमतोयकस्य बड़वाग्निर्लोभवारांनिधेः ।
सन्मार्गस्य प्रदर्शकः परिभवस्यादेशकः श्रेयसो
गेहस्तृप्तिसुधारसस्य जनधिर्दैन्यस्य चासम्मतः ॥
त्रिस्कन्धे ज्योतिषे यो भवति मतिमतां पारदृश्वाग्रमण्यः ।
प्रश्नानाकर्ण्य तुर्णं सदसि सरति वाङ् यन्मुखादुत्तरार्थं ॥
छात्राणां पाठनेन प्रतिदिशममलः सञ्चितः कीर्तिराशिः ।
स श्री "गेनादिलालो" जयति मम गुरुर्विश्वनाथोपकण्ठे ॥

इति "चापीयत्रिकोणगणिते" "दरभङ्गा"मण्डलान्तर्गत "जरिसो" ग्रामनिवासि ज्यौतिषाचार्य–साहित्याचार्य–पोष्टाचार्यादिपदवीक प्राप्त "रीपन्" स्वर्ण पदक–काशीस्थ "श्रीराम–साधु–संस्कृत–महाविद्यालय–त्रिस्कन्ध ज्यौतिष-साहित्य–शास्त्रद्वयप्रधानाध्यापक पं० श्री "अच्युतानन्द" झा शर्म्मणा विहितं विविधवासनासंवलितं चापीयत्रिकोणगणितं समाप्तम् ।

समाप्तश्चायं ग्रन्थः ।

जातकपारिजातः–(सचित्रः)

'सुधाशालिनी' 'विमला' संस्कृत-हिन्दी टीकाद्वयोपेतः,

परीक्षोपयोगी सरल संस्कृत हिन्दी टीका, उपपत्ति तथा पदार्थ निर्देशक नाना चित्र–चक्र आदि विविध विषयों से विभूषित इस तरह का सर्व गुणोपेत यह अभिनव सर्वोत्तम वृहत् संस्करण प्रथम वार ही प्रकाशित होकर संस्कृत संसार में उथल-पुथल मचा रहा है। कठिन परिस्थिति के कारण इसकी वहुत कम प्रतियाँ छपी हैं अतः परीक्षार्थी विद्यार्थी शीघ्र मंगा कर लाभ उठावें। मूल्य लागत मात्र ५)

ताजिकनीलकण्ठी

जलदगर्जना-उदाहरणचन्द्रिका संस्कृतहिन्दीटीकया, गूढग्रन्थिमोचनी-वासनया च सहिता।

टीकाकारः—ज्यौ० आ० ती० र० काव्यतीर्थ

पं० गङ्गाधरमिश्र जी।

यह परीक्षार्थियों के लिये अत्यन्त उपयुक्त और आदरणीय व्याख्या है। देश भर में इसकी प्रशंसा हो रही है, क्योंकि हमारे योग्य संपादक ने उपर्युक्त सभी टीकाओं में अपने २ नाम के अनुकूल ग्रन्थ के परीक्षोपयोगी समस्त विषयों और कठिन स्थलों को इतनी सरलता से सिद्ध किया है कि प्रत्येक सुकोमलमति बालक भी थोड़ा सा अनुगम करके अपने आप भी उन विषयों का ज्ञान और अभ्यास कर सकता है। इसकी प्रशंसा स्वयं क्या लिखी जावे जब ग्रन्थ आपके हाथों में आयगा आप भी प्रशंसा किये विना नहीं रहेंगे। मूल्य २॥)

वास्तुरत्नावली

सोदाहरण–'सुबोधिनी' संस्कृत-हिन्दी टीका तथा परीक्षोपयोगी विविध परिशिष्ट सहित।

आज तक इस ग्रन्थ की कोई भी ऐसी सरल टीका नहीं थी जिस से परीक्षार्थी विद्यार्थी सुलभता पूर्वक इस ग्रन्थ का आशय समझ सकें। अतः इस अभिनव संस्करण में अवतरणों के साथ २ प्रत्येक श्लोकों की परीक्षोपयोगी उदाहरण सहित संस्कृत हिन्दी टीका नाना चक्र और अन्त में वास्तु पूजाविधि, गृहप्रवेश-विधि, गृहोपरि, गृध्रादिपतनशान्तिविधि आदि अनेक परिशिष्ट दिये गये हैं १।)

प्राप्तिस्थानम्—

चौखम्बा संस्कृत–पुस्तकालय,

बनारस सिटी।